第四級單元一
附評語之示例

2018-DSE
數學 延伸部分
單元一

香 港 考 試 及 評 核 局
2 0 1 8 年 香 港 中 學 文 憑 考 試

數學　延伸部分
單元一（微積分與統計）
試題答題簿

本試卷必須用中文作答
兩小時三十分鐘完卷
(上午八時三十分至上午十一時)

考生須知

1. 宣布開考後，考生須首先在第 1 頁之適當位置填寫考生編號，並在第 1、 3、 5、 7、 9 及 11 頁之適當位置貼上電腦條碼。

2. 本試卷分**兩部**，即甲部和乙部。

3. 本試卷**各題均須作答**，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。不可在各頁邊界以外位置書寫。寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

4. 如有需要，可要求派發方格紙及補充答題紙。每張紙均須填寫考生編號、填畫試題編號方格、貼上電腦條碼，並用繩縛於**簿內**。

5. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。

6. 除特別指明外，數值答案須用真確值或四位小數表示。

7. 試場主任宣布停筆後，考生不會獲得額外時間貼上電腦條碼及填畫試題編號方格。

請在此貼上電腦條碼

考生編號									

A031C001

甲部（50 分）

1. 設 A 及 B 為兩事件。 假定 $P(A)=0.8$ 、 $P(B|A)=0.45$ 及 $P(B|A')=0.6$ ， 其中 A' 為 A 的互補事件。 求

(a) $P(B)$ ，

(b) $P(A|B)$ ，

(c) $P(A\cup B)$ 。

(5 分)

a) $P(B\cap A)=P(B|A)\times P(A)=0.45\times 0.8=0.36$

$P(B\cap A')=P(B|A')\times P(A')=0.6\times(1-0.8)=0.12$

$P(B)=P(B\cap A)+P(B\cap A')=0.36+0.12=0.48$ //

b) $P(A|B)=P(A\cap B)\div P(B)=0.36\div 0.48=0.75$ //

c) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=0.8+0.48-0.36$

$=0.92$ //

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

2. 在某屋苑內，文俊欲研究有飼養寵物的住戶的比例 p 。他隨機選取 64 個住戶組成一樣本進行調查，並求得 p 的近似 $\beta\%$ 置信區間為 $(0.0915, 0.3085)$ 。

(a) 求

(i) 有飼養寵物的住戶的樣本比例，

(ii) β 。

(b) 利用 (a)(i) 所求得的樣本比例，求最小的住戶數目使得這些住戶中至少 1 個住戶有飼養寵物的概率大於 0.999 。

(6 分)

a)i) $p - z_{\frac{a}{2}} \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{64}} + p + z_{\frac{a}{2}} \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{64}} = 2p = 0.0915 + 0.3085$

$2p = 0.4$

$p = 0.2$ //

ii) $0.2 - z_{\frac{a}{2}} \times \sqrt{\frac{0.2(1-0.2)}{64}} = 0.0915$

$z_{\frac{a}{2}} = 2.17$

$\beta\% = 0.4850 \times 2 \times 100\%$

$= 97\%$

$\beta = 97$ //

b) P(至少1个住户伺养宠物) > 0.999 $\quad \frac{-0.2}{-3.59} < \sqrt{\frac{16}{n}}$

$1 - P($没有住户伺养宠物$) > 0.999$

$1 - P\left(z = \frac{0-0.2}{\sqrt{\frac{0.2(1-0.2)}{n}}}\right) > 0.999$

$P\left(z = \frac{-0.2}{\sqrt{\frac{0.16}{n}}}\right) < 0.001$

$\frac{-0.2}{\sqrt{\frac{16}{n}}} \quad -3.59$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

3. 某工廠生產一批玻璃珠子。 玻璃珠子的直徑依循一平均值為 9 mm 及標準差為 0.125 mm 的正態分佈。 一顆直徑多於 9.16 mm 的玻璃珠子歸類為*過大*。

(a) 求在該批玻璃珠子中隨機選取的一顆是*過大*的概率。

(b) 逐一量度該批玻璃珠子的直徑。 設 X 為一代表*過大*玻璃珠子首次出現時所量度的次數的隨機變量。 求

(i) $P(X \leq 3)$，

(ii) $E(X)$。

(6 分)

a) $P(\text{选出过大的玻璃珠子}) = P(Z > \frac{9.16-9}{0.125})$

$= P(Z > 1.28)$

$= 0.5 - P(0 < Z < 1.28)$

$= 0.5 - 0.3997$

$= 0.1003$ //

b) i) $X \sim Geo\ (0.1003)$

$P(X \leq 3) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$

$= 0.1003 + (1-0.1003)(0.1003) + (1-0.1003)^2(0.1003)$

$= 0.2717$ //

ii) $E(X) = \frac{1-0.1003}{0.1003^2} = 89.4326$ //

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

4. 下表顯示一離散隨機變量 Y 的概率分佈，其中 m 及 p 均為常數：

y	-2	2	m
$\mathrm{P}(Y=y)$	p	0.25	0.5

(a) 證明 $\operatorname{Var}(Y)=0.25m^2+2$ 。

(b) 若 $\operatorname{Var}(2Y-1)=8\mathrm{E}(2Y-1)$ ，求 m 。

(7 分)

a) $p+0.25+0.5=1$

$p=0.25$

$E(Y)=-2(0.25)+2(0.25)+0.5m=0.5m$

$E(Y^2)=(-2)^2(0.25)+2^2(0.25)+0.5m^2=2+0.5m^2$

$Var(Y)=2+0.5m^2-(0.5m)^2$

$=0.25m^2+2$ //

b) $Var(2Y-1)=4Var(Y)$

$8E(2Y-1)=16E(Y)-8$

$4Var(Y)=16E(Y)-8$

$4(0.25m^2+2)=16(0.5m)-8$

$m^2+8=8m-8$

$m^2-8m+16=0$

$\Delta m=0$, $m=4$ //

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

5. 設 $f(x)$ 為一連續函數使得對所有實數 x ， $f'(x)=\dfrac{12x-48}{(3x^2-24x+49)^2}$ 。

(a) 若 $f(x)$ 於 $x=\alpha$ 處達至其極小值，求 α 。

(b) 已知 $f(x)$ 的極值為 5 。 求

(i) $f(x)$ ，

(ii) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ 。

(6 分)

a) $12x-48=0$

$x=4$

$\alpha=4$ //

b) i) $f(x)=\int f'(x)\,dx$

$=\int \dfrac{12x-48}{(3x^2-24x+49)^2}\,dx$ $\quad u=3x^2-24x+49$

$\dfrac{du}{dx}=6x-24$

$=\int \dfrac{2}{u^2}\,du$

$=-\dfrac{2}{u}+C$

$=-\dfrac{2}{3x^2-24x}+C$

$f(4)=5$

$-\dfrac{2}{3(4)^2-24(4)}+c=5$

$c=\dfrac{119}{24}$

$f(x)=-\dfrac{2}{3x^2-24x}+\dfrac{119}{24}$ //

b) ii) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(-\dfrac{2}{3x^2-24x}+\dfrac{119}{24}\right)$

$=\dfrac{119}{24}$ //

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

6. 設 k 為一常數。

(a) 依 x 的升冪次序展開 $e^{kx}+e^{2x}$ 至含 x^2 的項為止。

(b) 若 $(1-3x)^8(e^{kx}+e^{2x}-1)$ 的展開式中 x 的係數與 x^2 的係數相等，求 k。

(6 分)

a) $e^{kx} = 1+kx+\frac{(kx)^2}{2}+\cdots$

$e^{2x} = 1+2x+\frac{(2x)^2}{2}+\cdots$

$e^{kx}+e^{2x} = \left(1+kx+\frac{(kx)^2}{2}+\cdots\right)+\left(1+2x+\frac{(2x)^2}{2}+\cdots\right)$

$= 2+(k+2)x+\left(\frac{k^2+4}{2}\right)x^2+\cdots$ //

b) $(1-3x)^8 = 1-24x+252x^2+\cdots$

$(1-3x)^8(e^{kx}+e^{2x}-1) = (1-24x+252x^2+\cdots)\times\left[1+(k+2)x+\left(\frac{k^2+4}{2}\right)x^2+\cdots\right]$

$= 1+(k+2)x+\left(\frac{k^2+4}{2}\right)x^2-24x-24(k+2)x^2+252x^2+\cdots$

x 的系數 $= k+2-24 = k-22$

x^2 的系數 $= \frac{k^2+4}{2}-24(k+2)+252$

$= \frac{1}{2}k^2-24k+206$

$k-22 = \frac{1}{2}k^2-24k+206$

$\frac{1}{2}k^2-25k+228=0$

$k=38$ 或 12 //

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

7. 設 h 為一常數。考慮曲線 $C: y = x^2\sqrt{h-x}$，其中 $0 < x < h$。已知當 $x = 4$ 時，$\frac{dy}{dx} = 30$。

(a) 證明 $h = 20$。

(b) 求 C 的極大點。

(c) 寫出 C 的水平切線的方程。

(7 分)

a) $\frac{dy}{dx} = 2x(h-x)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}(h-x)^{-\frac{1}{2}}x^2$

$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=4} = 30$

$2(4)(h-4)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}(h-4)^{-\frac{1}{2}}(4)^2 = 30$

$8\sqrt{h-4} - 8\frac{1}{\sqrt{h-4}} = 30$

$8(h-4) - 8 = 30\sqrt{h-4}$

$8(\sqrt{h-4})^2 - 30\sqrt{h-4} - 8 = 0$

$\sqrt{h-4} = 4$ 或 -0.25 (捨去)

当 $\sqrt{h-4} = 4$，$h = 20$ //

b) $\frac{dy}{dx} = 0$

$2x\sqrt{20-x} - \frac{x^2}{2} \times \frac{1}{\sqrt{20-x}} = 0$

$2x(20-x) = \frac{x^2}{2}$

$4x(20-x) = x^2$

$5x^2 - 80x = 0$

$x = 16$ 或 0 (捨去)

x	$0<x<16$	$x=16$	$16<x<20$
y	↗	512	↘
$\frac{dy}{dx}$	$-$	0	$+$

$\therefore$ C 的极大点是 $(16, 512)$ //

c) $y = 512$ //

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

8. (a) 藉考慮 $\frac{d}{dx}(x\ln x)$，求 $\int \ln x\,dx$。

(b) 求 $\int \frac{\ln x}{x}dx$。

(c) 設 C 為曲線 $y=\frac{(x-1)(\ln x-1)}{x}$，其中 $x>0$。以 e 表 C 與 x 軸圍成的區域的面積。

(7 分)

a) $\frac{d}{dx}(x\ln x) = x\cdot\frac{1}{x} + \ln x = 1+\ln x$

$\int \ln x\,dx = \int 1+\ln x\,dx - \int 1\,dx$

$= x\ln x - x + C$ //

b) $\int \frac{\ln x}{x}dx = \int \ln x\,dx \times \int \frac{1}{x}dx = (x\ln x - x + C)(\ln x + C)$

$= x(\ln x)^2 - x\ln x + C$ //

c) $x-1=0$ 或 $\ln x - 1 = 0$

$x=1$ 或 $x=e$

$\int_1^e \frac{(x-1)(\ln x-1)}{x}dx$

$=\int_1^e \frac{x\ln x - \ln x - x + 1}{x}dx$

$=\int_1^e \ln x - \frac{\ln x}{x} - 1 + \frac{1}{x}\,dx$

$=\left[(x\ln x - x) - [x(\ln x)^2 - x\ln x] - x + \ln x\right]_1^e$

$= 1-e - (-1-1-1)$

$= 4-e$ //

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

乙部（50 分）

9. 某生果批發商偉明將一批蘋果按重量分等級。 下表顯示該些蘋果的分類，其中 a 為一常數。

一個蘋果的重量 (W g)	$W \le a$	$a < W \le 260$	$W > 260$
分類	*細*	*中*	*大*

該些蘋果的重量依循一平均值為 μ g 及標準差為 16 g 的正態分佈。 已知該些蘋果有 10.56% 及 73.57% 分別為*大*及*中*。 將該些蘋果每 8 個包裝成一盒。 若一盒內有至少 6 個*中*蘋果，則視該盒蘋果為*普通*。

(a) 求 μ 及 a。 (3 分)

(b) 求隨機選取的一盒蘋果為*普通*的概率。 (2 分)

(c) 偉明隨機選取 3 盒蘋果。

(i) 求這 3 盒蘋果均為*普通*且共有 21 個*中*蘋果及 3 個*細*蘋果的概率。

(ii) 已知這 3 盒蘋果均為*普通*，求共有 21 個*中*蘋果及 3 個*細*蘋果的概率。

(iii) 已知這 3 盒蘋果共有 21 個*中*蘋果及 3 個*細*蘋果，求這 3 盒蘋果均為*普通*的概率。

(7 分)

a) $P(W > 260) = 0.1056$

$P(Z > \frac{260-\mu}{16}) = 0.1056$

$P(0 < Z < \frac{260-\mu}{16}) = 0.3944$

$\frac{260-\mu}{16} = 1.25$

$\mu = 240$

$P(a < W \le 260) = 0.7357$

$P(a < W < 0) = 0.2357$

$P(\frac{a-240}{16} < Z < 0) = 0.2357$

$\frac{a-240}{16} = 0.63$

$a = 250.08$ //

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

b) P(选出一盒普通苹果) = P(6 ≤ 中華果的数量 ≤ 8)

$= (0.7357)^6 (0.2643)^2 + (0.7357)^7 (0.2643) + (0.7357)^8$

$= 0.6426$ //

c) i) P(三盒普通苹果，共21个中華果及3个细苹果)

$= 0.6426^3 \times C^{24}_{21} (0.7357)^{21} (0.1587)^3$

$= 0.0034$ //

ii) P(共21个中華果及3个细苹果 | 3盒普通苹果)

$= 0.7357^6 \times (0.7357^2 + 0.7357 \times 0.1587 + 0.1587^2) \div 0.6426^3$

$= 0.4083$ //

iii) P(3盒普通苹果 | 共21中華果及3细苹果)

$= 0.7357^6 \times (0.7357^2 + 0.7357 \times 0.1587 + 0.1587^2) \div C^{24}_{21} (0.7357)^{21} (0.1587)^3$

=

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

10. 某公司每月記錄其員工遲到的次數。 若某員工一個月內遲到少於 2 次，則視該員工該月的表現為*良好*。 偉健為該公司的一名員工。 偉健一個月內遲到的次數依循一平均值為 1.8 的泊松分佈。

(a) 求偉健某月的表現為*良好*的概率。 (2 分)

(b) 為改善員工的表現，該公司就未來四個月的員工表現推出一項獎勵計劃。 下面為該獎勵計劃的兩個建議：

建議 I

表現*良好*的月數	4	3	2	1	0
獎勵	\$5000	\$2500	\$1500	\$600	\$0

建議 II

在該四個月內遲到的總次數	少於 5	其他
獎勵	\$8000	\$0

以上哪一個建議較有利於偉健？ 試解釋你的答案。 (6 分)

(c) 該公司每月也記錄其員工早退的次數。 偉健一個月內早退的次數依循一平均值為 λ 的泊松分佈。 假設偉健有否遲到與他有否早退為獨立事件。

(i) 以 e 及 λ 表某月偉健遲到 2 次且沒有早退的概率。

(ii) 已知某月偉健遲到次數與早退次數之和為 2， 該月內偉健遲到 2 次且沒有早退的概率為 0.36。 求 λ。

(5 分)

a) 設 X 为伟健一个月的迟到次数

$X \sim P_0(1.8)$

$P(X<2) = P(X=0) + P(X=1)$

$= e^{-1.8} + e^{-1.8} \times 1.8$

$= 0.4628$ //

c) 设 y 为伟健1个月的早退次数

i) $P(X=2)P(y=0) = \frac{e^{-1.8}1.8^2}{2} \times e^{-\lambda} = 0.2678\ e^{-\lambda}$ //

ii) $P(X=2)P(y=0) \div (P(X=0)P(y=2) + P(X=1)P(y=1) + P(X=2)P(y=0)) = 0.36$

$(\frac{e^{-1.8}1.8^2}{2} e^{-\lambda}) \div (e^{-1.8} \times \frac{e^{-\lambda}\lambda^2}{2} + e^{-1.8}1.8 \times e^{-\lambda}\lambda + \frac{e^{-1.8}1.8^2}{2} \times e^{-\lambda}) = 0.36$

$$\frac{\frac{e^{-1.8}1.8^2}{2} e^{-\lambda}}{e^{-\lambda}e^{-1.8}(\frac{\lambda^2}{2} + 1.8\lambda + \frac{1.8^2}{2})} = 0.36$$

$\frac{\lambda^2}{2} + 1.8\lambda + 1.62 = \frac{1.62}{0.36}$

$\lambda = 1.2$ 或 -4.8 (捨去) //

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

b) 建议I：$600 \times C_1^4 (0.4628)(0.5372)^3 + 1500 \times C_2^4 (0.4628)^2 (0.5372)^2$

$+ 2500 \times C_3^4 (0.4628)^3 (0.53\quad) + 5000 \times (0.4628)^4$

$= 600 \times 0.2870 + 1500 \times 0.3709 + 2500 \times 0.2130$

$+ 5000 \times 0.0459$

$= \$1490.55$

建议II：$4X \sim Po(7.2)$

$P(4X < 5) = P(4X=0) + P(4X=1) + P(4X=2) + P(4X=3)$

$+ P(4X=4)$

$= 0.00074 + 0.00538 + 0.01935 + 0.04644$

$+ 0.08360$

$= 0.1555$

$8000 \times 0.1555 = \$1244.08$

$\because \$1490.55 > \$1244.08$

$\therefore$ 建议I有利于伟健 //

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

11. 某研究中，下式為某粒子移動的距離的變率（以 cm/s 為單位）：

$$\mathrm{A}(t)=60(1+10t)e^{-2t} \text{ ，}$$

其中 t 為自該研究開始起計所經過的秒數。 設 D cm 為該粒子由 $t=0.1$ 至 $t=0.5$ 所移動的距離。 利用梯形法則將區間分成 4 個子區間估計 D ， 並將其值記為 D_1 。

(a) (i) 求 D_1 。

(ii) 估計值 D_1 是過高還是過低？ 試解釋你的答案。

(6 分)

(b) 為了估計 D ， 研究員小麗用下式模擬該粒子移動的距離的變率：

$$\mathrm{B}(t)=\frac{50(1+10t)}{1+2t} \text{ ，}$$

其中 t 為自該研究開始起計所經過的秒數。 設 D_2 cm 為在這模型下該粒子由 $t=0.1$ 至 $t=0.5$ 所移動的距離。

(i) 求 D_2 。

(ii) 小麗宣稱為了估計 D ， D_2 較 D_1 準確。 你是否同意？ 試解釋你的答案。

(6 分)

a) i) $\Delta t=\frac{0.5-0.1}{4}=0.1$

$D_1=\int_{0.1}^{0.5} A(t)\,dt$

$=\frac{0.1}{2}\left[A(0.1)+A(0.5)+2(A(0.2)+A(0.3)+A(0.4))\right]$

$=50.2513$ //

ii) $A'(t)=-2(60+600t)e^{-2t}+600e^{-2t}$

$=e^{-2t}(480-1200t)$

$A''(t)=-2e^{-2t}(480-1200t)-1200e^{-2t}$

$=e^{-2t}(2400t-2160)$

在 $0.1\le t\le 0.5$ 间， $A''(t)<0$

$\therefore D_1$ 过低 //

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

b) i) $D_2 = \int_{0.1}^{0.5} B(t)\,dt$

$= \int_{0.1}^{0.5} \frac{50(1+10t)}{1+2t}\,dt$ $\quad u = 1+2t \quad t = \frac{u-1}{2}$

$\frac{du}{dx} = 2$

$= \int_{1.2}^{2} \frac{25 + 250\left(\frac{u-1}{2}\right)}{u}\,du$

$= \int_{1.2}^{2} \frac{25 + 125(u-1)}{u}\,du$

$= \int_{1.2}^{2} \frac{125u - 100}{u}\,du$

$= \int_{1.2}^{2} 125 - \frac{100}{u}\,du$

$= \left[125u - 100 \ln u\right]_{1.2}^{2}$

$= 125(2) - 100 \ln 2 - (125 \times 1.2 - 100 \ln 1.2)$

$= 100 - 100 \ln 2 + 100 \ln 1.2$

$= 100 - 100 \ln \frac{5}{3}$ //

ii) 同意。∵梯形法則所求的估計值會有偏差

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

12. 在一實驗中，記錄在監控條件下房間內某細菌的數目。 房間內的溫度 Q（以 °C 為單位）可用下列線性函數模擬：

$$Q = \ln r + (s \ln 3)t \text{ ，}$$

其中 r 及 s 均為常數，且 $t\ (0 \le t \le 20)$ 為自該實驗開始起計所經過的時數。 已知這對 t 的線性函數的圖像的斜率及垂直軸上的截距分別為 $-0.1\ln 9$ 及 $\ln 9$ 。

(a) 求 r 及 s 。 (2 分)

(b) 已知

$$Q = \ln\left(\frac{120-3N}{N}\right) \text{ ，}$$

其中 N 是以百萬為單位的細菌數目。

(i) 證明 $N = \dfrac{40}{3^{1-0.2t}+1}$ 。

(ii) 實驗期間房間內有沒有可能有 4 百萬個細菌？ 試解釋你的答案。

(iii) 求 $\dfrac{dN}{dt}$ 及 $\dfrac{d^2N}{dt^2}$ 。

(iv) 描述 $\dfrac{dN}{dt}$ 在實驗期間如何變化。 試解釋你的答案。

(11 分)

a) $s \ln 3 = -0.1 \ln 9$ $\qquad \ln r = \ln 9$

$= -0.1 \ln 3^2$ $\qquad r = 9$ //

$= -0.2 \ln 3$

$s = -0.2$

b) i) $\ln\left(\frac{120-3N}{N}\right) = \ln 9 + (-0.2 \ln 3)t$

$\ln\left(\frac{120-3N}{N}\right) = (2-0.2t)\ln 3$

$\frac{120-3N}{N} = 3^{2-0.2t}$

$120-3N = 3 \cdot 3^{1-0.2t} N$

$40 - N = 3^{1-0.2t} N$

$40 = (3^{1-0.2t}+1)N$

$N = \frac{40}{3^{1-0.2t}+1}$ //

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

ii) $\frac{40}{3^{1-0.2t}+1} = 4$

$40 = 4(3^{1-0.2t})+4$

$3^{1-0.2t}+1 = 10$

$3^{1-0.2t} = 9$

$3^{1-0.2t} = 3^2$

$1-0.2t = 2$

$t = -5 < 0$

$\therefore$ 没可能 //

iii) $\frac{dN}{dt} = \frac{-40 \times \frac{d}{dt}(3^{1-0.2t}+1)}{(3 \times 3^{-0.2t}+1)^2}$

$= \frac{\quad}{(3^{1-0.2t}+1)^2}$

iv) 在 $0 \le t \le 20$ 之间，$\frac{dN}{dt}$ 先上升后下降

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

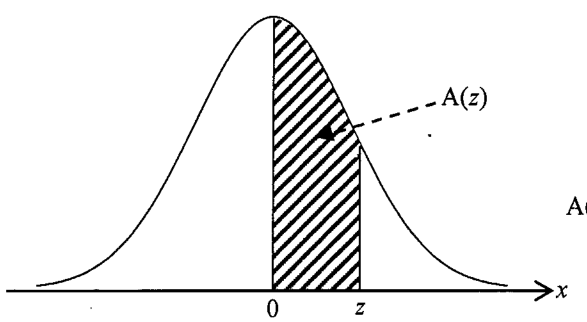
– 試卷完 –

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

標準正態分佈表

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998

註： 本表所列數字為標準正態曲線下由 $x=0$ 至 $x=z$ $(z \geq 0)$ 之間的面積。
負值 z 所對應的面積可利用對稱性求得。



$$A(z)=\int_0^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}}\,dx$$

評語

考生能在第 7、10 及 11 題不熟悉的情境中，成功地運用課程中的微積分與統計概念，顯示其對這些概念有紮實的認識和理解。

此外，考生能準確地運用數學語言和符號作出溝通、表達意念及作為論據，例如第 1、4、6、7 及 10 題。

再者，考生在第 10 及 11 題不熟悉的情境中，成功地建構數學模型，使用適當的策略解題，並在有需要時解釋結果的重要性和合理性。

總括而言，考生在處理多樣化的課業時，能整合課程中不同領域的知識和技能。