

2018-DSE
數學
必修部分
卷一

香港考試及評核局

2018年香港中學文憑考試

數學 必修部分

試卷一

試題答題簿

本試卷必須用中文作答

兩小時十五分鐘完卷

(上午八時三十分至上午十時四十五分)

考生須知

- (一) 宣布開考後，考生須首先在第1頁之適當位置填寫考生編號，並在第1、3、5、7、9及11頁之適當位置貼上電腦條碼。
- (二) 本試卷分**三部**，即甲部(1)、甲部(2)和乙部。
- (三) 本試卷**各題均須作答**，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。不可在各頁邊界以外位置書寫。寫於邊界以外的答案，將不予評閱。
- (四) 如有需要，可要求派發方格紙及補充答題紙。每張紙均須填寫考生編號、填畫試題編號方格、貼上電腦條碼，並用繩縛於**簿內**。
- (五) 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
- (六) 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
- (七) 本試卷的附圖不一定依比例繪成。
- (八) 試場主任宣布停筆後，考生不會獲得額外時間貼上電腦條碼及填畫試題編號方格。

©香港考試及評核局 保留版權
Hong Kong Examinations and Assessment Authority
All Rights Reserved 2018

請在此貼上電腦條碼

考生編號



甲部(1) (35分)

1. 令 b 成為公式 $\frac{a+4}{3} = \frac{b+1}{2}$ 的主項。 (3分)

$$\frac{a+4}{3} = \frac{b+1}{2}$$

$$2a+8 = 3b+3$$

$$\therefore b = \frac{2a+5}{3}$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

2. 化簡 $\frac{xy^7}{(x^{-2}y^3)^4}$ ，並以正指數表示答案。 (3分)

$$\begin{aligned} & \frac{xy^7}{(x^{-2}y^3)^4} \\ &= \frac{xy^7}{x^{-8}y^{12}} \\ &= \frac{x^9}{y^5} \end{aligned}$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

3. (a) 將 265.473 上捨入至最接近的整數。
 (b) 將 265.473 下捨入至一位小數。
 (c) 將 265.473 捨入至二位有效數字。

(3 分)

a, 266 //

b, 265.4 //

c, 270 //

4. 某盒子中有 n 個白球、5 個黑球及 8 個紅球。若從該盒子中隨機抽出一個球，則抽出紅球的概率為 $\frac{2}{5}$ 。求 n 的值。 (3 分)

$$\frac{8}{n+5+8} = \frac{2}{5}$$

$$40 = 2n + 26$$

$$n = 7 //$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

5. 因式分解

(a) $9r^3 - 18r^2s$,

(b) $9r^3 - 18r^2s - rs^2 + 2s^3$ 。

(4分)

a) $9r^3 - 18r^2s$
 $= 9r^2(r - 2s)$ //

b) $9r^3 - 18r^2s - rs^2 + 2s^3$
 $= 9r^2(r - 2s) - s^2(r - 2s)$
 $= (9r^2 - s^2)(r - 2s)$
 $= (3r - s)(3r + s)(r - 2s)$ //

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

6. (a) 求同時滿足 $\frac{3-x}{2} > 2x+7$ 及 $x+8 \geq 0$ 的 x 值的範圍。

(b) 寫出同時滿足 (a) 的不等式的最大整數。

(4分)

a) $\frac{3-x}{2} > 2x+7$

b) 2 //

$3-x > 4x+14$

$-5x > 11$

$x < \frac{11}{5}$ //

$x+8 \geq 0$

$x \geq -8$ //

$\therefore -8 \leq x < \frac{11}{5}$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

7. 某花瓶的標價較其成本高 30%。該花瓶以其標價六折售出並虧蝕 \$88。求該花瓶的標價。
(5分)

設標價為 n 及成本為 r

$$r(1+30\%) = n \quad (1)$$

$$r = \frac{10}{13}n //$$

$$r - n \times 60\% = \$88 \quad (2)$$

$$\text{代 } r = \frac{10}{13}n \text{ 入 } (2)$$

$$\frac{10}{13}n - n \times 60\% = \$88$$

$$n = \$520 //$$

∴ 花瓶的標價為 \$520

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

8. 圖 1 中， $ABCDE$ 為一圓。已知 $AB \parallel ED$ 。 AD 與 BE 相交於點 F 。

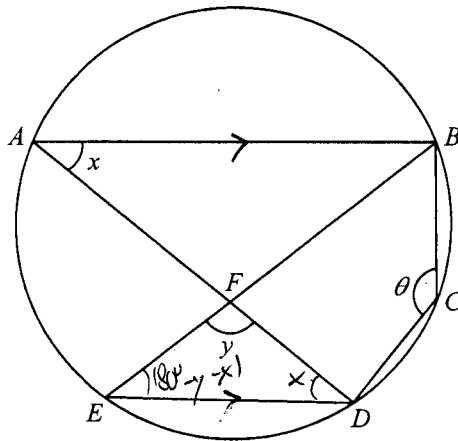


圖 1

以 θ 表 x 及 y 。

(5 分)

$$\angle BAD = \angle ADE \text{ (錯角, } AB \parallel ED)$$

$$\angle BED = 180^\circ - y - x$$

$$\angle BED + \angle BCD = 180^\circ \text{ (圓內接四邊形)}$$

$$\angle BCD = 180^\circ - (180^\circ - y - x)$$

$$\angle BCD = y + x$$

$$\theta = y + x //$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

9. 某汽車以平均速率 72 km/h 由 P 城駛至 Q 城，該汽車然後以平均速率 90 km/h 由 Q 城駛至 R 城。已知該汽車在整段行程中以 161 分鐘行駛 210 km。該汽車由 P 城駛至 Q 城需時多久？ (5分)

設 P 城至 Q 城為 x 小時 Q 至 R 城為 y 小時

$$(x+y)60 = 161 \quad (1)$$

$$72x + 90y = 210 \quad (2)$$

由 (1): $y = \frac{161}{60} - x \quad (3)$

代 (3) 入 (2)

$$72x + 241.5 - 90x = 210$$

$$-18x = -31.5$$

$$x = 1.75$$

~~代 $y = \frac{19}{12}$ 入 (3)~~
 ~~$x = \frac{161}{60} - \frac{19}{12}$~~
~~=~~

∴ 由 P 城駛至 Q 城需 1.75 小時

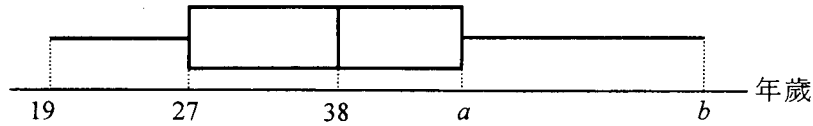
寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

甲部(2) (35分)

10. 下面的框線圖顯示某公司 X 組文員的年歲的分佈。已知這分佈的分佈域及四分位數間距分別為 43 及 21。



- (a) 求 a 及 b 。 (3分)
- (b) 該公司 Y 組有五名文員且其中三名的年歲均為 38。已知 Y 組文員的年歲的分佈域為 20。 X 組與 Y 組現合併為一部門。公司經理宣稱該部門文員的年歲的分佈域與 X 組文員的年歲的分佈域必為相同。你是否同意？試解釋你的答案。 (2分)

求 a
 a) $a - 27 = 21$

$a = 48 //$

$b - 19 = 43$

$b = 62 //$

b) 不同意

Y 組的最低年歲可以是 $38 - 20 = 18$ 歲

而 X 組的最低年歲是 19 歲

因此分佈域會有所不同, 可以是由 18 歲 - 62 歲

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

11. 下表顯示一些家庭的子女人數的分佈：

子女人數	0	1	2	3	4
家庭數目	k	2	9	6	7

已知 k 為一正整數。

(a) 若該分佈的眾數為 2，寫出

- (i) k 的最小可取值；
 (ii) k 的最大可取值。

(2 分)

(b) 若該分佈的中位數為 2，寫出

- (i) k 的最小可取值；
 (ii) k 的最大可取值。

(2 分)

(c) 若該分佈的平均值為 2，求 k 的值。

(2 分)

a, (i) k 的最小可取值 = 1 //

(ii) k 的最大可取值 = 8 //

b, (i) k 的最小可取值 = 4 //

(ii) k 的最大可取值 = 18 //

c) $\frac{66}{24+k} = 2$

$66 = 48 + 2k$

$k = 9 //$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

12. 設 $f(x) = 4x(x+1)^2 + ax + b$ ，其中 a 及 b 均為常數。已知 $x-3$ 為 $f(x)$ 的因式。當 $f(x)$ 除以 $x+2$ 時，餘數為 $2b+165$ 。

(a) 求 a 及 b 。 (3分)

(b) 某人宣稱方程 $f(x)=0$ 有至少一個無理根。你是否同意？試解釋你的答案。 (4分)

$$f(3) = 0$$

$$4(3)(3+1)^2 + a(3) + b = 0$$

$$192 + 3a + b = 0$$

$$b = -192 - 3a \dots (1)$$

$$f(2) = 0$$

$$4(-2)(-2+1)^2 - 2a + b = 2b + 165$$

$$-8 - 2a + b = 2b + 165$$

$$2a + b + 173 = 0 \dots (2)$$

代 (1) 入 (2)

$$2a - 192 - 3a + 173 = 0$$

$$a = -19$$

代 $a = -19$ 入 (1)

$$b = -192 - 3(-19)$$

$$b = -135$$

$$f(x) = 0$$

$$4x(x+1)^2 - 19x - 135 = 0$$

$$4x^3 + 2x^2 + 4x - 19x - 135 = 0$$

$$4x^3 + 2x^2 - 15x - 135 = 0$$

$$(x-2)(x+135) =$$

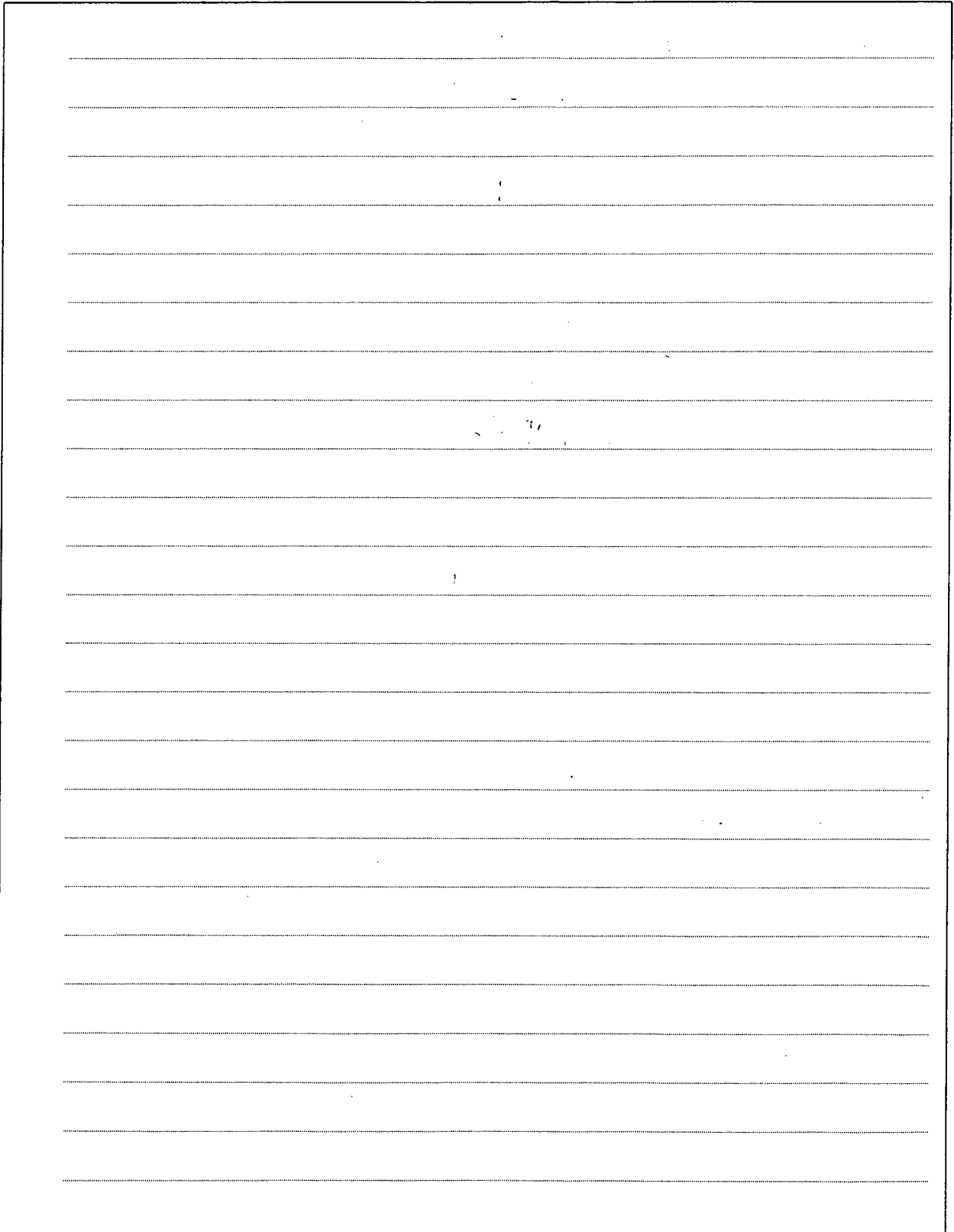
! 不同意

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

13. 圖 2 中， $ABCD$ 為一梯形，且 $\angle ABC = 90^\circ$ 及 $AB \parallel DC$ 。 E 為 BC 上的一點使得 $\angle AED = 90^\circ$ 。

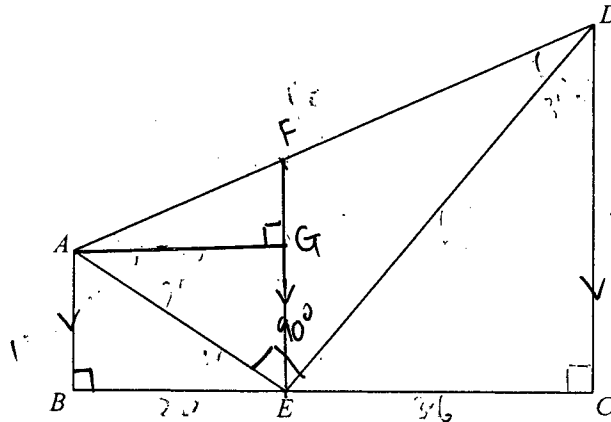


圖 2

- (a) 證明 $\triangle ABE \sim \triangle ECD$ 。 (2分)
- (b) 已知 $AB = 15 \text{ cm}$ 、 $AE = 25 \text{ cm}$ 及 $CE = 36 \text{ cm}$ 。
- (i) 求 CD 的長度。
- (ii) 求 $\triangle ADE$ 的面積。
- (iii) AD 上是否有一點 F 使得 E 與 F 間的距離少於 23 cm ? 試解釋你的答案。 (6分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

a) ~~$\angle ABE = \angle DCE$~~

~~$\angle AEB = \angle DEC$~~

~~\therefore~~

b) $BE^2 = 25^2 - 15^2 = 20$

求 $\angle AEB$:

$$\frac{25}{\sin 90^\circ} = \frac{15}{\sin \angle AEB}$$

$\angle AEB = 36.9^\circ$

a) ~~$\angle ABE = \angle DCE$~~ (同旁內角互)

$\angle DEC = 180^\circ - 90^\circ - \angle AEB$ (直線上的同角)

$= 90^\circ - \angle AEB$

$\angle EDC = 180^\circ - 90^\circ - \angle AEB - 90^\circ$ (內角和)

$\angle EDC = \angle AEB$

$\angle ABE = \angle DCE = 90^\circ$ (同旁內角互補)

$\therefore \angle DEC = \angle AEB$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ECD$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

$$\angle DEC = 180^\circ - 90^\circ - 36.9^\circ$$

$$= 53.1^\circ //$$

$$\angle EDC = 180^\circ - 90^\circ - 53.1^\circ$$

$$\angle EDC = 36.9^\circ //$$

$$\frac{36}{\sin 36.9^\circ} = \frac{DC}{\sin 53.1^\circ}$$

$$CD = 48 \text{ cm} //$$

$$\text{(ii)} DE^2 = 48^2 + 36^2$$

$$DE = 60 \text{ cm} //$$

$$\triangle ADE \text{ 面積: } 25 \times 60 \div 2$$

$$= 750 \text{ cm}^2 //$$

$$\text{(iii)} \angle BAD = 90^\circ + \theta$$

$$\angle GAE = 90^\circ - 53.1^\circ$$

$$\frac{65}{\sin 90^\circ} = \frac{60}{\sin \angle DAE}$$

$$\sin \angle DAE = \frac{60}{65}$$

$$\angle DAE = 67.4^\circ //$$

$$\text{求 } \angle GAE =$$

$$\frac{25}{\sin 90^\circ} = \frac{15}{\sin \angle GAE}$$

$$= 36.9^\circ$$

$$\angle GAE = 36.9^\circ //$$

$$\angle GAE = 36.9^\circ //$$

$$\angle FAG = 67.4^\circ - 36.9^\circ$$

$$\angle FAG = 30.5^\circ //$$

$$\angle GFA = 180^\circ - 30.5^\circ - 67.4^\circ$$

$$\angle GFA = 82.1^\circ //$$

$$\frac{FG}{\sin 30.5^\circ} = \frac{20}{\sin 82.1^\circ}$$

$$FG = 10.25 //$$

$$EF = 10.25 + 15 = 25.25 \text{ cm}$$

∴ 不同意 E 與 F 的距離在下方 23 cm

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

14. 一底半徑為 8 cm 及高為 64 cm 的直立圓柱形的容器與一底半徑為 20 cm 及高為 60 cm 的倒置直立圓錐形的器皿均鉛垂放置。該容器載滿了水。現將該容器內的水倒入該器皿內。

(a) 求該器皿內水的體積，答案以 π 表示。 (2分)

(b) 求該器皿內水的深度。 (4分)

(c) 若將一半徑為 14 cm 的實心金屬球體隨後放進該器皿內，且該球體完全浸入水中，水會否溢出？試解釋你的答案。 (3分)

$$\begin{aligned} \text{a) } & 8^2 \times \pi \times 64 \\ & = 4096\pi // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) 設深度為 } h & \\ \frac{1}{3} \times (20^2 \times \pi \times 60) - \frac{1}{3} (20)^2 \times \pi \times (60-h) & = 4096\pi \\ 24000\pi - 24000\pi + 400h\pi & = 12288\pi \\ 400h & = 12288 \\ h & = 30.72 // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \frac{1}{3} \times (20)^2 \times \pi \times 60 - 4096\pi - \frac{4}{3}\pi(14)^3 \\ & = 245\pi // \\ & \therefore \text{水不會溢出} \end{aligned}$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

乙部 (35 分)

15. 一個八位電話號碼由 2、3、4、5、6、7、8 及 9 的排列所組成。

(a) 可組成多少個不同的八位電話號碼？ (1 分)

(b) 若八位電話號碼的第一個位及最後一個位均為奇數，則可組成多少個不同的八位電話號碼？ (2 分)

a, $8!$
 $= 40320 //$

b, $4 \times 6^3 \times 6!$
 $= 8640 //$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

16. 某等比數列的第 3 項及第 4 項分別為 720 及 864。

(a) 求該數列的第 1 項。 (2 分)

(b) 求 n 的最大值使得第 $(n+1)$ 項與第 $(2n+1)$ 項之和小於 5×10^{14} 。 (3 分)

a) $ar^2 = 720 \dots (1)$

$ar^3 = 864 \dots (2)$

$(2) \div (1): r = 1.2 //$

代 $r = 1.2 \lambda (1)$

$a(1.2)^2 = 720$

$a = 500 //$

\therefore 數列的第 1 項 = 500

b) ~~$a + \dots$~~

$a 500(1.2)^{n+1} \leq 5 \times 10^{14}$

$n \leq \cancel{150} 150.5 //$

$\therefore n$ 的最大值 150

$500(1.2)^{2n+1} \leq 5 \times 10^{14}$

$n \leq 75.3 //$

$\therefore n$ 的最大值 75

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

17. (a) 圖 3(a) 中， $ABCD$ 為一紙卡，其形狀為平行四邊形。已知 $AB = 60 \text{ cm}$ 、 $\angle ABD = 20^\circ$ 及 $\angle BAD = 120^\circ$ 。

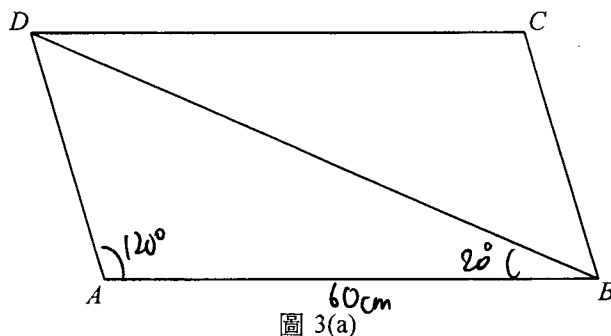


圖 3(a)

求 AD 的長度。 (2分)

- (b) 將圖 3(a) 中的紙卡沿 BD 摺起，使得 A 與 C 間的距離為 40 cm (見圖 3(b))。

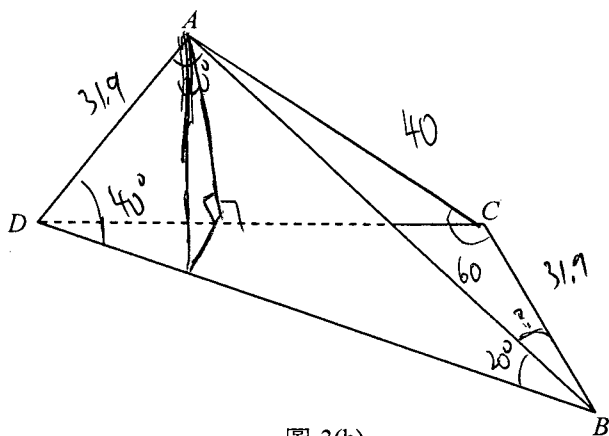


圖 3(b)

- (i) 求 $\angle ABC$ 。
 (ii) 求平面 ABD 與平面 BCD 間的交角。

(5分)

$$a) \angle ADB = 180^\circ - 120^\circ - 20^\circ = 40^\circ$$

$\perp AD$

$$\frac{60}{\sin 40^\circ} = \frac{AD}{\sin 20^\circ}$$

$$AD = 31.9 \text{ cm}$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

$$\text{b) (i) } \sin \angle ABC = \frac{40}{60}$$

$$\angle ABC = 41.8^\circ$$

(ii)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

18. 已知 $f(x)$ 的一部分隨 x^2 正變，而另一部分則隨 x 正變。假定 $f(2)=60$ 及 $f(3)=99$ 。

(a) 求 $f(x)$ 。 (3分)

(b) 設 Q 為 $y=f(x)$ 的圖像的頂點及 R 為 $y=27-f(x)$ 的圖像的頂點。

(i) 利用配方法，求 Q 的坐標。

(ii) 寫出 R 的坐標。

(iii) 點 S 的坐標為 $(56, 0)$ 。設 P 為 $\triangle QRS$ 的外心。描述 P 、 Q 與 R 之間的幾何關係。試解釋你的答案。

(5分)

$$8a, f(x) = k_1x^2 + k_2x$$

$$f(2) = 60$$

$$4k_1 + 2k_2 = 60 \quad \dots (1)$$

$$f(3) = 99$$

$$9k_1 + 3k_2 = 99 \quad //$$

$$k_2 = 33 - 3k_1 \quad \dots (2)$$

$$\text{代 (2) 入 (1)}$$

$$4k_1 + 66 - 6k_1 = 60$$

$$k_1 = 3 \quad //$$

$$\text{代 } k_1 = 3 \text{ 入 (2)}$$

$$k_2 = 33 - 3(3)$$

$$k_2 = 24 \quad //$$

$$\therefore f(x) = 24x^2 + 3x \quad //$$

$$b) ii) y = 27 - f(x)$$

$$27 - 24x^2 - 3x = 0$$

$$24x^2 + 3x - 27 = 0$$

$$3(8x^2 + x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}) - 27 = 0$$

$$3(8x + \frac{1}{2})^2 - \frac{57}{2} = 0 \quad //$$

$$\therefore R(-\frac{1}{2}, -\frac{57}{2})$$

$$i) 24x^2 + 3x = 0$$

$$3(8x^2 + x + \frac{1}{2}) - \frac{3}{2} = 0 \quad //$$

$$\therefore Q(0.5, -1.5)$$

$$iii) \angle QRP = \angle PRS$$

$$\angle QSP = \angle PSR$$

$$\angle RQP = \angle PQS$$

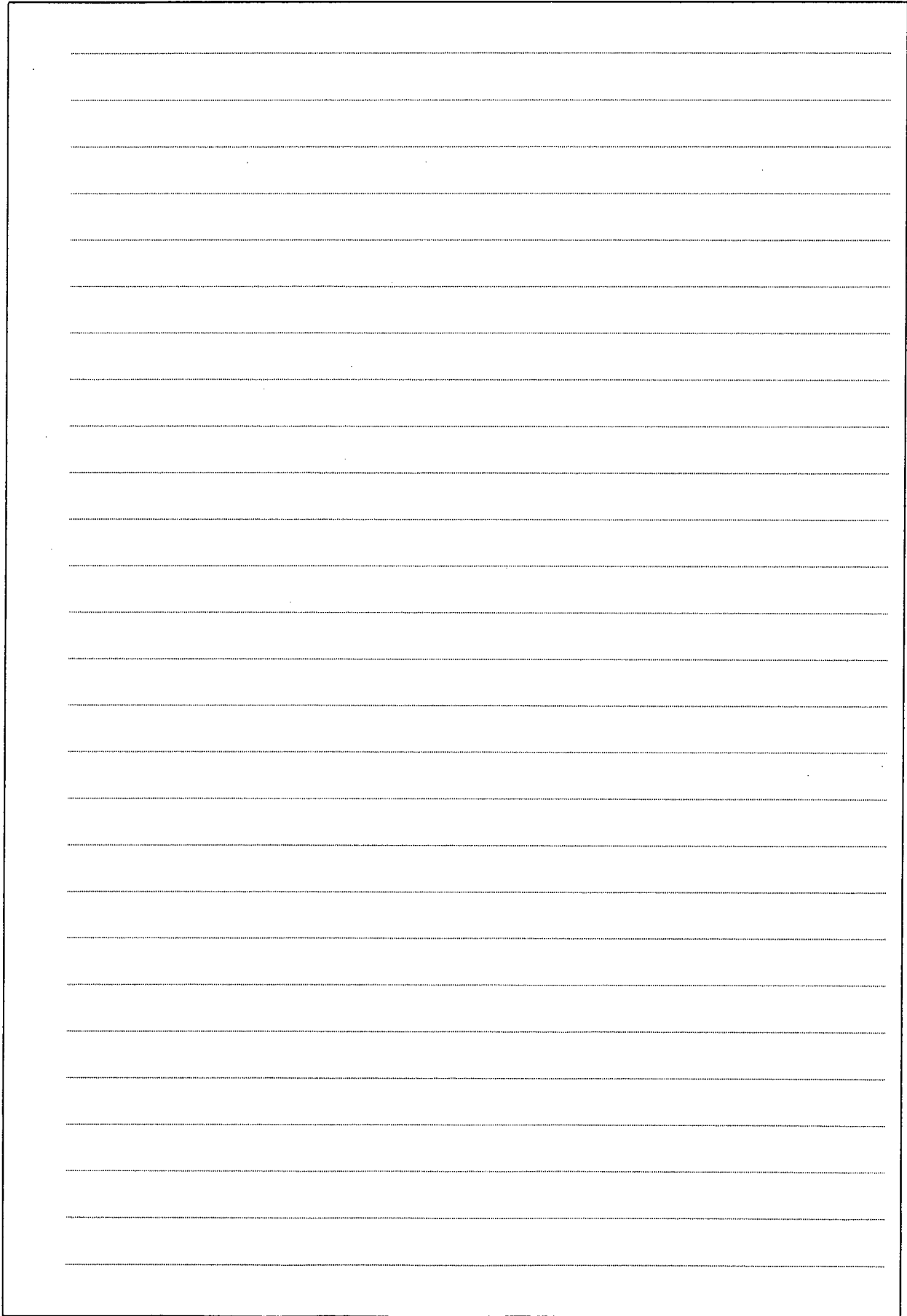
$$QP = PR = SP$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

19. 圓 C 的圓心的坐標為 $(8, 2)$ 。將 C 的半徑記為 r 。設 L 為直線 $kx - 5y - 21 = 0$ ，其中 k 為一常數。已知 L 為 C 的切線。

(a) 求 C 的方程，答案以 r 表示。由此，以 k 表 r^2 。 (4分)

(b) L 通過點 $D(18, 39)$ 。

(i) 求 r 。

(ii) 已知 L 與 y 軸相交於點 E 。設 F 為一點使得 C 為 $\triangle DEF$ 的內切圓。
 $\triangle DEF$ 是否一鈍角三角形？試解釋你的答案。

(8分)

求 C 的方程

$$a, (x-8)^2 + (y-2)^2 = r^2$$

$$x^2 - 16x + 64 + y^2 - 4y + 4 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - 16x - 4y + 68 = r^2 //$$

$$kx - 5y - 21 = 0$$

$$x = \frac{5y+21}{k} //$$

代 $x = \frac{5y+21}{k}$ 入 C 的方程

$$\left(\frac{5y+21}{k}\right)^2 - 16\left(\frac{5y+21}{k}\right) + y^2 - 4y + 68 = r^2$$

$$25y^2 + 441 - 80y + 336 + k^2y^2 - 4k^2y + 68k^2 - r^2k^2 = 0$$

$$25y^2 + k^2y^2 - 80y - 4k^2y - r^2k^2 + 771 + 68k^2 = 0 //$$

$$\Delta = 0$$

$$(80 - 4k^2)^2 - 4(25 + k^2)(r^2k^2 + 771 + 68k^2) = 0$$

$$6400 - 16k^4 - 100r^2k^2 - 7710 - 6800k^2 - 4r^2k^4 - 3108k^2 - 272k^4 = 0$$

$$288k^4 - 4r^2k^4 - 100r^2k^2 - 7100 = 0 //$$

$$\triangle = 0$$

=

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

- 試卷完 -

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。