

## 數學 必修部分

### 試卷一

### 試題答題簿

本試卷必須用中文作答

兩小時十五分鐘完卷

(上午八時三十分至上午十時四十五分)

#### 考生須知

- (一) 宣布開考後，考生須首先在第1頁之適當位置填寫考生編號，並在第1、3、5、7、9及11頁之適當位置貼上電腦條碼。
- (二) 本試卷分**三部**，即甲部(1)、甲部(2)和乙部。
- (三) 本試卷**各題均須作答**，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。不可在各頁邊界以外位置書寫。寫於邊界以外的答案，將不予評閱。
- (四) 如有需要，可要求派發方格紙及補充答題紙。每張紙均須填寫考生編號、填畫試題編號方格、貼上電腦條碼，並用繩縛於**簿內**。
- (五) 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
- (六) 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
- (七) 本試卷的附圖不一定依比例繪成。
- (八) 試場主任宣布停筆後，考生不會獲得額外時間貼上電腦條碼及填畫試題編號方格。

請在此貼上電腦條碼

考生編號



甲部(1) (35分)

1. 令  $b$  成為公式  $\frac{a+4}{3} = \frac{b+1}{2}$  的主項。 (3分)

$$\frac{a+4}{3} = \frac{b+1}{2} \quad [b]$$

$$2(a+4) = 3(b+1)$$

$$2a+8 = 3b+3$$

$$2a+8-3 = 3b$$

$$\frac{2a+5}{3} = b$$

$$\therefore b = \frac{2a+5}{3} \quad \text{''}$$

2. 化簡  $\frac{xy^7}{(x^{-2}y^3)^4}$ ，並以正指數表示答案。 (3分)

$$\frac{xy^7}{(x^{-2}y^3)^4}$$

$$= \frac{xy^7}{x^{-8}y^{12}}$$

$$= \frac{x^9}{y^5} \quad \text{''}$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

3. (a) 將 265.473 上捨入至最接近的整數。  
 (b) 將 265.473 下捨入至一位小數。  
 (c) 將 265.473 捨入至二位有效數字。

(3 分)

$$\begin{aligned} \text{a). } & 265.473 \\ & \approx 266 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b). } & 265.473 \\ & \approx 265.4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c). } & 265.473 \\ & \approx 270. \end{aligned}$$

4. 某盒子中有  $n$  個白球、5 個黑球及 8 個紅球。若從該盒子中隨機抽出一個球，則抽出紅球的概率為  $\frac{2}{5}$ 。求  $n$  的值。 (3 分)

$$\frac{8}{n+5+8} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{8}{n+13} = \frac{2}{5}$$

$$40 = 2(n+13)$$

$$40 = 2n + 26$$

$$14 = 2n$$

$$\therefore n = 7$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

5. 因式分解

(a)  $9r^3 - 18r^2s$  ,

(b)  $9r^3 - 18r^2s - rs^2 + 2s^3$  .

(4分)

a).  $9r^3 - 18r^2s$   
 $= 9r^2(r - 2s)$

b).  $9r^3 - 18r^2s - rs^2 + 2s^3$   
 $= 9r^2(r - 2s) - s^2(r - 2s)$   
 $= (r - 2s)(9r^2 - s^2)$  ,,

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

6. (a) 求同時滿足  $\frac{3-x}{2} > 2x+7$  及  $x+8 \geq 0$  的  $x$  值的範圍。

(b) 寫出同時滿足 (a) 的不等式的最大整數。

(4分)

a).  $\frac{3-x}{2} > 2x+7$  及  $x+8 \geq 0$

$3-x > 2(2x+7)$  及  $x \geq -8$

$3-x > 4x+14$  及  $x \geq -8$

$3-14 > 5x$  及  $x \geq -8$

$-\frac{11}{5} > x$  及  $x \geq -8$

及  $x \geq -8$

$x < -\frac{11}{5}$  及  $x \geq -8$

$\therefore -8 \leq x < -\frac{11}{5}$ .

b).  $-3$  是滿足 (a) 的不等式的最大整數。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

7. 某花瓶的標價較其成本高 30%。該花瓶以其標價六折售出並虧蝕 \$88。求該花瓶的標價。(5分)

設標價為 \$x，成本為 \$y。

$$x = y(1 + 30\%)$$

$$x = 1.3y \quad \text{--- ①}$$

$$0.6x = y - 88 \quad \text{--- ②}$$

代①入②。

$$0.6(1.3y) = y - 88$$

$$0.78y = y - 88$$

$$88 = 0.22y$$

$$y = 400$$

代  $y = 400$  入 ①。

$$x = 1.3(400)$$

$$= 520$$

∴ 該花瓶的標價是 \$520。 11.

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

8. 圖 1 中， $ABCDE$  為一圓。已知  $AB \parallel ED$ 。  $AD$  與  $BE$  相交於點  $F$ 。

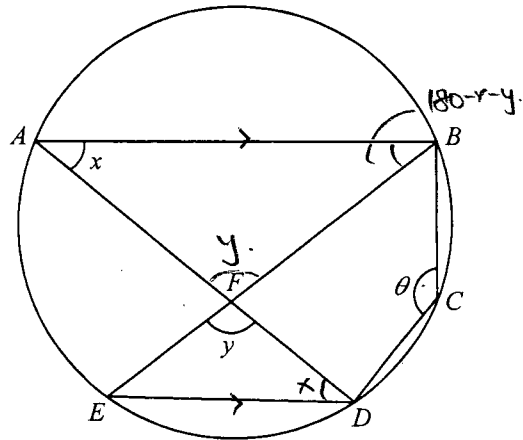


圖 1

以  $\theta$  表  $x$  及  $y$ 。

(5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

9. 某汽車以平均速率 72 km/h 由 P 城駛至 Q 城，該汽車然後以平均速率 90 km/h 由 Q 城駛至 R 城。已知該汽車在整段行程中以 161 分鐘行駛 210 km。該汽車由 P 城駛至 Q 城需時多久？ (5 分)

$$72 = \frac{x}{60} \quad 90 = \frac{x}{60}$$
$$x = 4320 \quad x = 4500$$

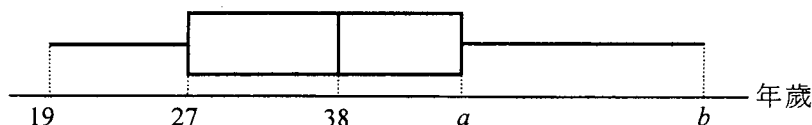
寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

甲部(2) (35分)

10. 下面的框線圖顯示某公司  $X$  組文員的年歲的分佈。已知這分佈的分佈域及四分位數間距分別為 43 及 21。



- (a) 求  $a$  及  $b$ 。 (3分)
- (b) 該公司  $Y$  組有五名文員且其中三名的年歲均為 38。已知  $Y$  組文員的年歲的分佈域為 20。 $X$  組與  $Y$  組現合併為一部門。公司經理宣稱該部門文員的年歲的分佈域與  $X$  組文員的年歲的分佈域必為相同。你是否同意？試解釋你的答案。 (2分)

a).  $b - 19 = 43$

$b = 62$

$a - 27 = 21$

$a = 48$

$\therefore a = 48, b = 62$

b). 由於  $Y$  組的年均為 38 是  $X$  組的中位數, 但  $Y$  組的年歲的分佈域為 20, 而  $X$  組的分佈域則是 43, 相差 2 倍多, 所以不同意。

寫於邊界以外的答案, 將不予評閱。

寫於邊界以外的答案, 將不予評閱。

寫於邊界以外的答案, 將不予評閱。



11. 下表顯示一些家庭的子女人數的分佈：

子女人數	0	1	2	3	4
家庭數目	$k$	2	9	6	7

已知  $k$  為一正整數。

(a) 若該分佈的眾數為 2，寫出

(i)  $k$  的最小可取值；

(ii)  $k$  的最大可取值。

(2分)

(b) 若該分佈的中位數為 2，寫出

(i)  $k$  的最小可取值；

(ii)  $k$  的最大可取值。

(2分)

(c) 若該分佈的平均值為 2，求  $k$  的值。

(2分)

a) i/  $k$  的最小可取值是 1。

ii/  $k$  的最大可取值是 8。

b) i/  $k$  的最小可取值是 3。

ii/  $k$  的最大可取值是 18。

$$\frac{k+1 \times 2 + 2 \times 9 + 3 \times 6 + 4 \times 7}{k+2+9+6+7} = 2$$

$$\frac{k+66}{k+24} = 2$$

$$k+66 = 2(k+24)$$

$$k+66 = 2k+48$$

$$18 = k \quad \therefore k = 18$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

12. 設  $f(x) = 4x(x+1)^2 + ax + b$ ，其中  $a$  及  $b$  均為常數。已知  $x-3$  為  $f(x)$  的因式。當  $f(x)$  除以  $x+2$  時，餘數為  $2b+165$ 。

(a) 求  $a$  及  $b$ 。 (3分)

(b) 某人宣稱方程  $f(x)=0$  有至少一個無理根。你是否同意？試解釋你的答案。 (4分)

$$a). f(-2) = 2b + 165.$$

$$4(-2)(-2+1)^2 + a(-2) + b = 2b + 165.$$

$$-8 - 2a + b = 2b + 165.$$

$$2a + b + 173 = 0.$$

$$f(3) = 0.$$

$$4(3)(3+1)^2 + a(3) + b = 0.$$

$$192 + 3a + b = 0.$$

$$\begin{cases} 2a + b = -173 \\ 3a + b = -192 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a + b = -173 \\ 3a + b = -192 \end{cases}$$

$$\therefore a = -19, b = -135.$$

$$b). \because f(x) = 0$$

$$4x(x+1)^2 - 19x - 135 = 0.$$

$$4x(x^2 + 2x + 1) - 19x - 135 = 0.$$

$$4x^3 + 8x^2 + 4x - 19x - 135 = 0.$$

$$4x^3 + 8x^2 - 15x - 135 = 0.$$

$\therefore 4x^3 + 8x^2 - 15x - 135$  是不能整除，且餘數是  $-105$

$\therefore f(x) = 0$  至少一個無理根  $\left\langle (x+2)(4x^2 - 15) = -105 \right.$

$\therefore$  同意。

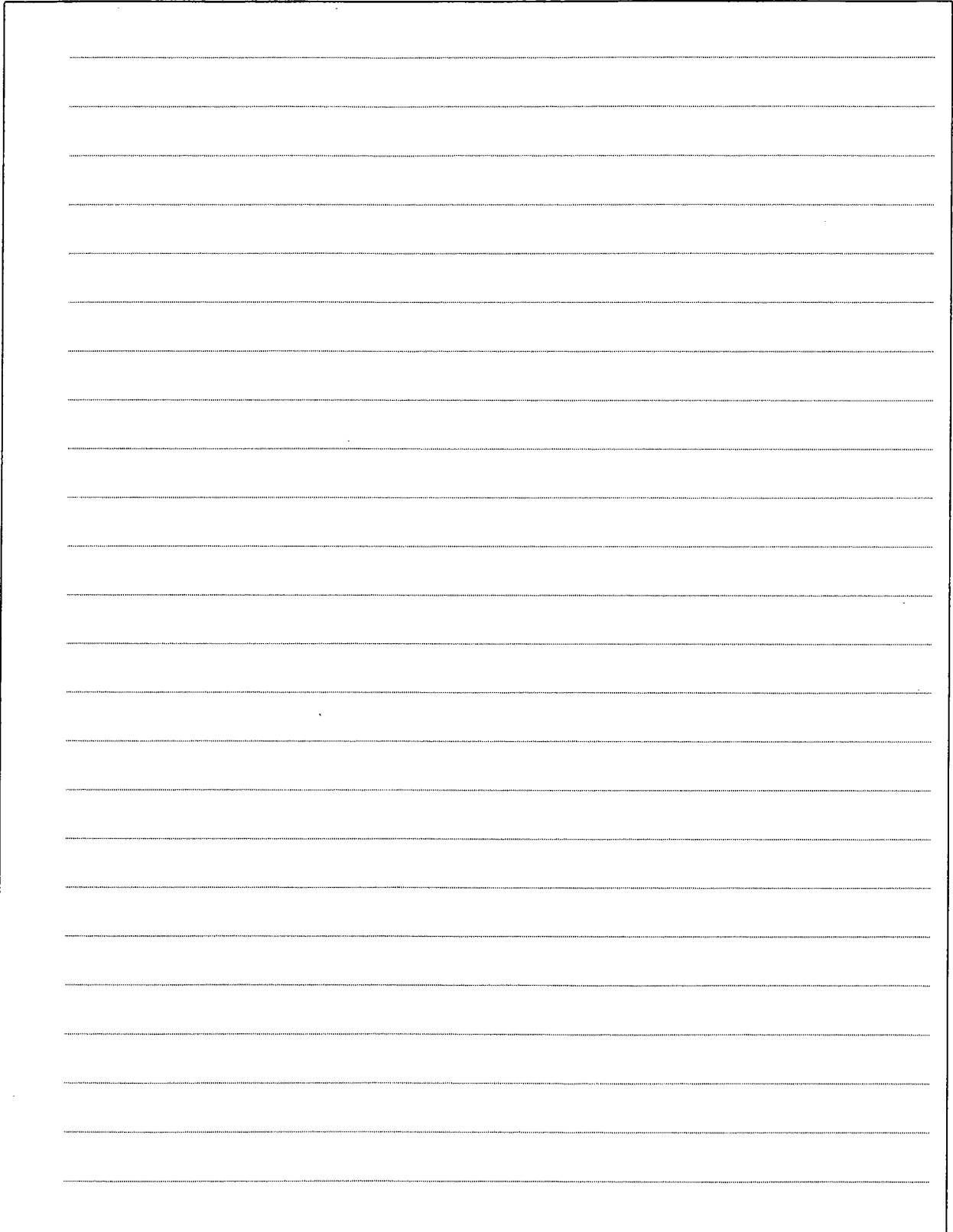
寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

13. 圖 2 中， $ABCD$  為一梯形，且  $\angle ABC = 90^\circ$  及  $AB \parallel DC$ 。  $E$  為  $BC$  上的一點使得  $\angle AED = 90^\circ$ 。

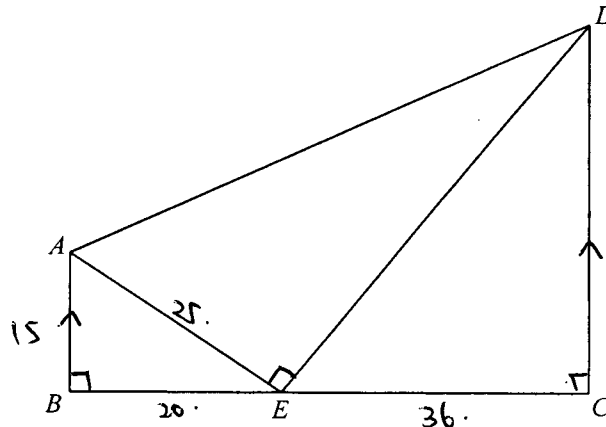


圖 2

- (a) 證明  $\triangle ABE \sim \triangle ECD$ 。 (2分)
- (b) 已知  $AB = 15 \text{ cm}$ 、 $AE = 25 \text{ cm}$  及  $CE = 36 \text{ cm}$ 。
- (i) 求  $CD$  的長度。
- (ii) 求  $\triangle ADE$  的面積。
- (iii)  $AD$  上是否有一點  $F$  使得  $E$  與  $F$  間的距離少於  $23 \text{ cm}$ ？試解釋你的答案。 (6分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

a).  $\because AB \parallel DC$   
 $\therefore \angle ABE = \angle ECD = 90^\circ$   
 $DE = AE$  (兩線垂直形成E點)  
 $BE = CE$   
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ECD$  (SAS)

b).

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

14. 一底半徑為 8 cm 及高為 64 cm 的直立圓柱形的容器與一底半徑為 20 cm 及高為 60 cm 的倒置直立圓錐形的器皿均鉛垂放置。該容器載滿了水。現將該容器內的水倒入該器皿內。

(a) 求該器皿內水的體積，答案以  $\pi$  表示。 (2分)

(b) 求該器皿內水的深度。 (4分)

(c) 若將一半徑為 14 cm 的實心金屬球體隨後放進該器皿內，且該球體完全浸入水中，水會否溢出？試解釋你的答案。 (3分)

$$\begin{aligned} \text{a). 器皿內水的體積} &= \pi (8)^2 \times 64 \\ &= 4096\pi \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) 器皿的體積} &= \frac{1}{3}\pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3}\pi (20)^2 (60) \\ &= 8000\pi \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &8000\pi - 4096\pi \\ &= 3904\pi \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

$$\text{器皿內水的深度} = \frac{1}{3}\pi (20)^2 \times h = 3904\pi.$$

$$\frac{1}{3}\pi h = 9.76\pi.$$

$$h = 29.28 \text{ cm}.$$

$$60 - 29.28$$

$$= 30.72 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{c). 球體體積} &= \frac{4}{3}\pi (14)^3 \\ &= \frac{10976}{3}\pi \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

$$\frac{10976}{3}\pi + 4096\pi$$

$$\approx 7755\pi \text{ cm}^3.$$

$$\therefore 7755\pi \text{ cm}^3 < 8000\pi \text{ cm}^3$$

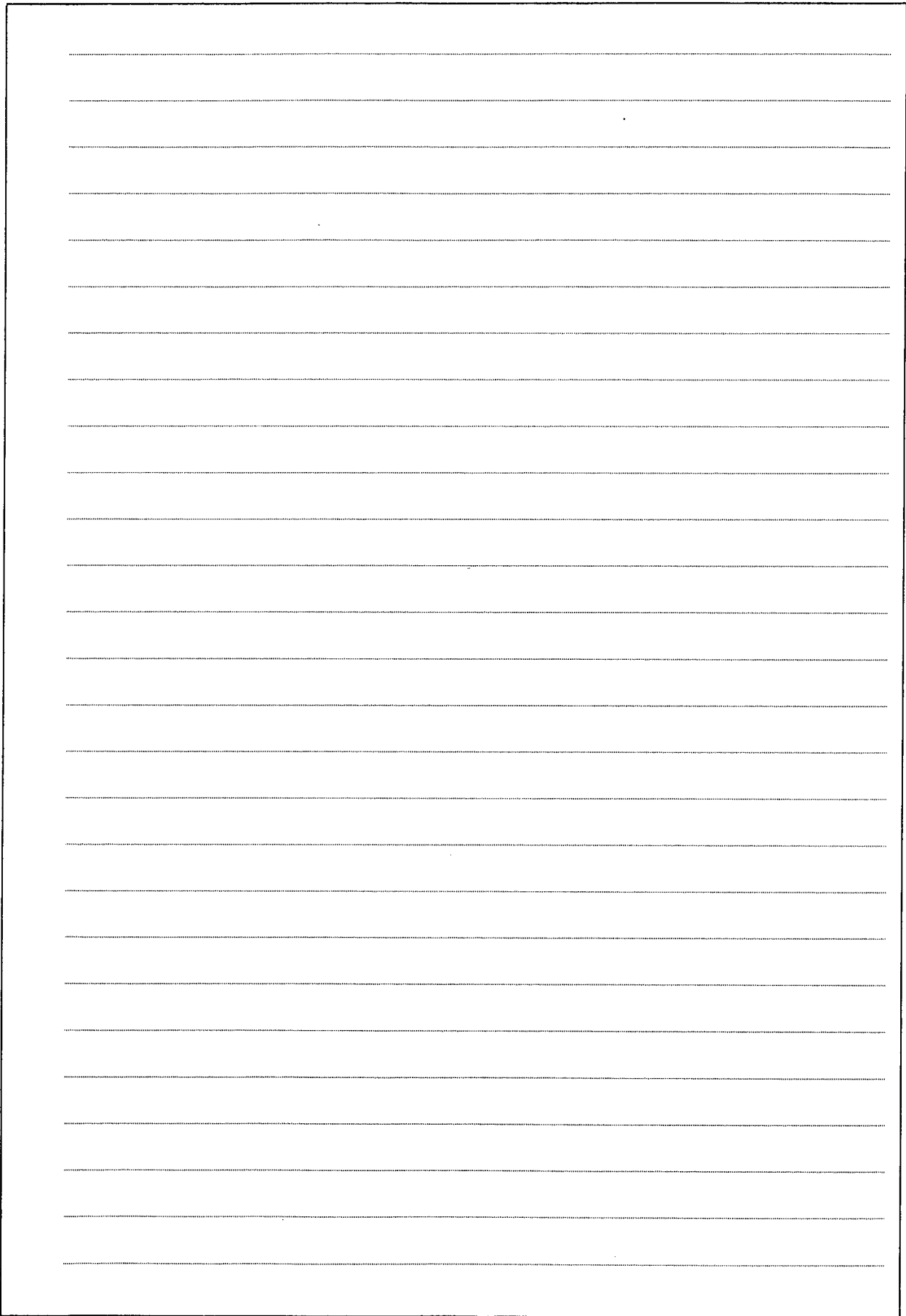
$\therefore$  不會溢出。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

乙部 (35 分)

15. 一個八位電話號碼由 2、3、4、5、6、7、8 及 9 的排列所組成。

(a) 可組成多少個不同的八位電話號碼？ (1 分)

(b) 若八位電話號碼的第一個位及最後一個位均為奇數，則可組成多少個不同的八位電話號碼？ (2 分)

$$\begin{aligned} \text{a). 可組成} &= 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \\ &= 16777216 \text{ 個} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b). 可組成} &= 3 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 3 \\ &= 2359296 \text{ 個} \end{aligned}$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



16. 某等比數列的第 3 項及第 4 項分別為 720 及 864。

(a) 求該數列的第 1 項。 (2分)

(b) 求  $n$  的最大值使得第  $(n+1)$  項與第  $(2n+1)$  項之和小於  $5 \times 10^{14}$ 。 (3分)

$$\begin{aligned} \text{a). } \sqrt[n]{\frac{864}{720}} &= \frac{864}{720} \\ &= 144. \end{aligned}$$

$$T_2 = 576$$

$$T_1 = 432$$

$\therefore$  第 1 項是 432。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

17. (a) 圖 3(a) 中， $ABCD$  為一紙卡，其形狀為平行四邊形。已知  $AB = 60$  cm、 $\angle ABD = 20^\circ$  及  $\angle BAD = 120^\circ$ 。

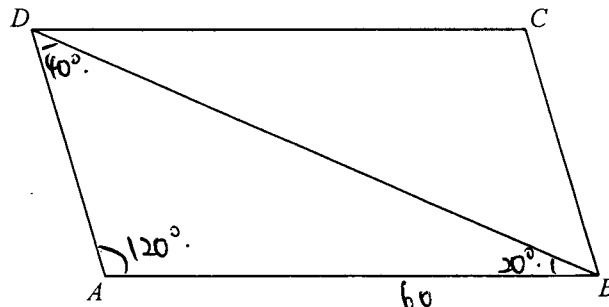


圖 3(a)

求  $AD$  的長度。 (2分)

- (b) 將圖 3(a) 中的紙卡沿  $BD$  摺起，使得  $A$  與  $C$  間的距離為 40 cm (見圖 3(b))。

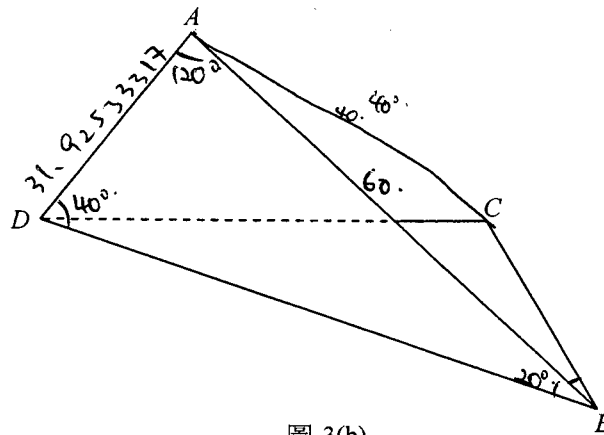


圖 3(b)

- (i) 求  $\angle ABC$ 。  
 (ii) 求平面  $ABD$  與平面  $BCD$  間的交角。

(5分)

$$\begin{aligned} \text{a). } \angle ADB &= 180^\circ - 120^\circ - 20^\circ \\ &= 40^\circ. \end{aligned}$$

$$\frac{AD}{\sin 20^\circ} = \frac{60}{\sin 40^\circ}$$

$$AD = \frac{60 \sin 20^\circ}{\sin 40^\circ}$$

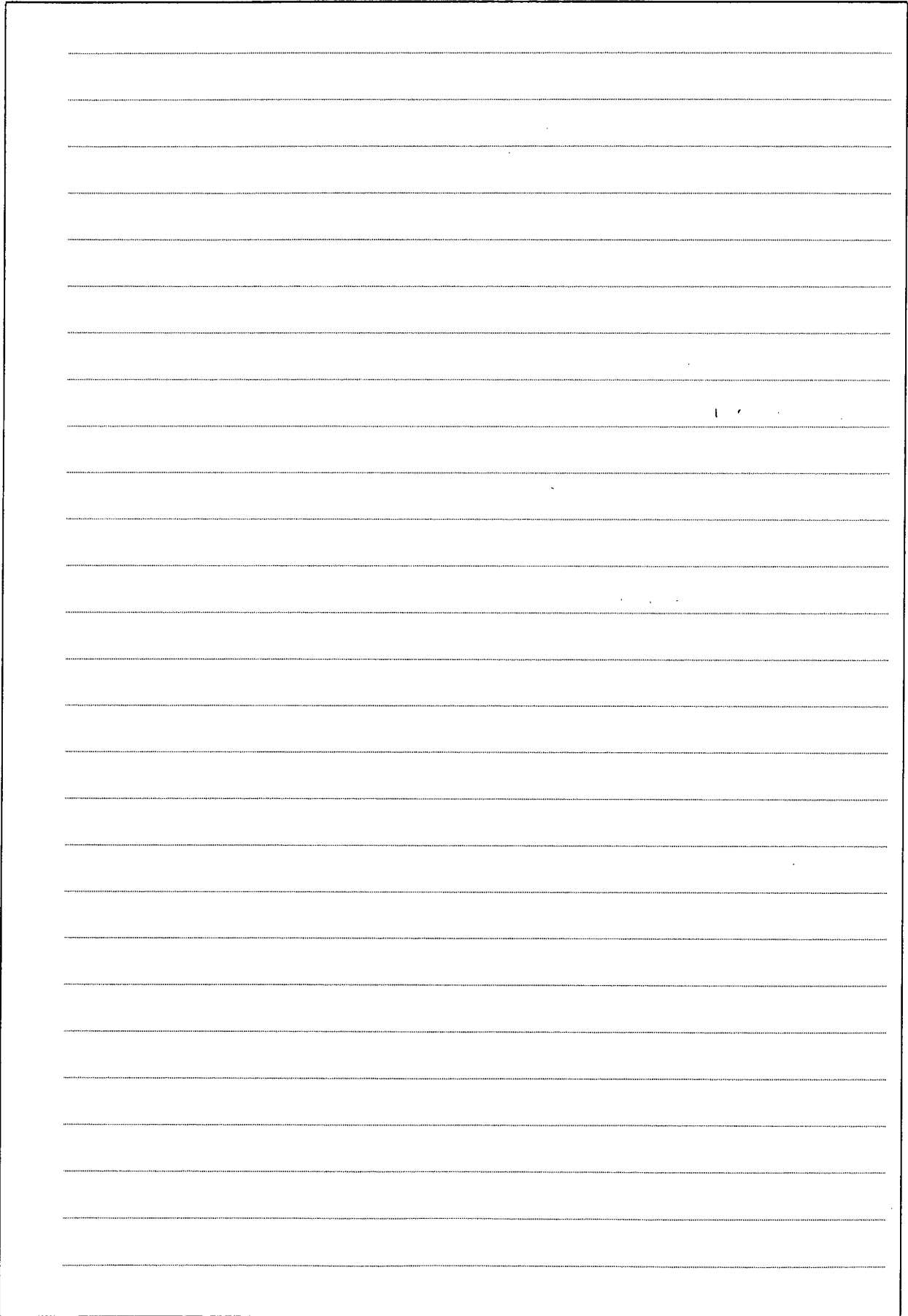
$$AD \approx 31.9 \text{ cm.}$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

18. 已知  $f(x)$  的一部分隨  $x^2$  正變，而另一部分則隨  $x$  正變。假定  $f(2)=60$  及  $f(3)=99$ 。

(a) 求  $f(x)$ 。 (3分)

(b) 設  $Q$  為  $y=f(x)$  的圖像的頂點及  $R$  為  $y=27-f(x)$  的圖像的頂點。

(i) 利用配方法，求  $Q$  的坐標。

(ii) 寫出  $R$  的坐標。

(iii) 點  $S$  的坐標為  $(56,0)$ 。設  $P$  為  $\triangle QRS$  的外心。描述  $P$ 、 $Q$  與  $R$  之間的幾何關係。試解釋你的答案。

(5分)

$$a) \text{ 設 } f(x) = k_1 x^2 + k_2 x, \quad k_1 \neq 0, k_2 \neq 0.$$

$$\therefore f(2) = 60.$$

$$60 = k_1 (2)^2 + k_2 (2).$$

$$60 = 4k_1 + 2k_2$$

$$\therefore f(3) = 99$$

$$99 = k_1 (3)^2 + k_2 (3).$$

$$99 = 9k_1 + 3k_2.$$

$$\begin{cases} 60 = 4k_1 + 2k_2 \\ 99 = 9k_1 + 3k_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 60 = 4k_1 + 2k_2 \\ 99 = 9k_1 + 3k_2 \end{cases}$$

$$\therefore k_1 = 3, k_2 = 24$$

$$\therefore f(x) = 3x^2 + 24x$$

$$b) \text{ i) } 3x^2 + 24x$$

$$= 3\left(x^2 - 8x + \left(\frac{8}{2}\right)^2\right) - \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$= 3(x-4)^2 - 16.$$

$$\therefore Q(4, -16)$$

$$\text{ii) } y = 27 - f(x)$$

$$0 = 27 - 3x^2 - 24x.$$

$$3x^2 + 24x - 27 = 0.$$

$$(x-1)(x+9) = 0 \quad x = 1 \text{ 或 } -9 \text{ (捨去)} \quad \therefore R(1, 0).$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

iii). P、Q 与 R 是垂直平分線關係。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

19. 圓  $C$  的圓心的坐標為  $(8, 2)$ 。將  $C$  的半徑記為  $r$ 。設  $L$  為直線  $kx - 5y - 21 = 0$ ，其中  $k$  為一常數。已知  $L$  為  $C$  的切線。

(a) 求  $C$  的方程，答案以  $r$  表示。由此，以  $k$  表  $r^2$ 。 (4分)

(b)  $L$  通過點  $D(18, 39)$ 。

(i) 求  $r$ 。

(ii) 已知  $L$  與  $y$  軸相交於點  $E$ 。設  $F$  為一點使得  $C$  為  $\triangle DEF$  的內切圓。  
 $\triangle DEF$  是否一鈍角三角形？試解釋你的答案。

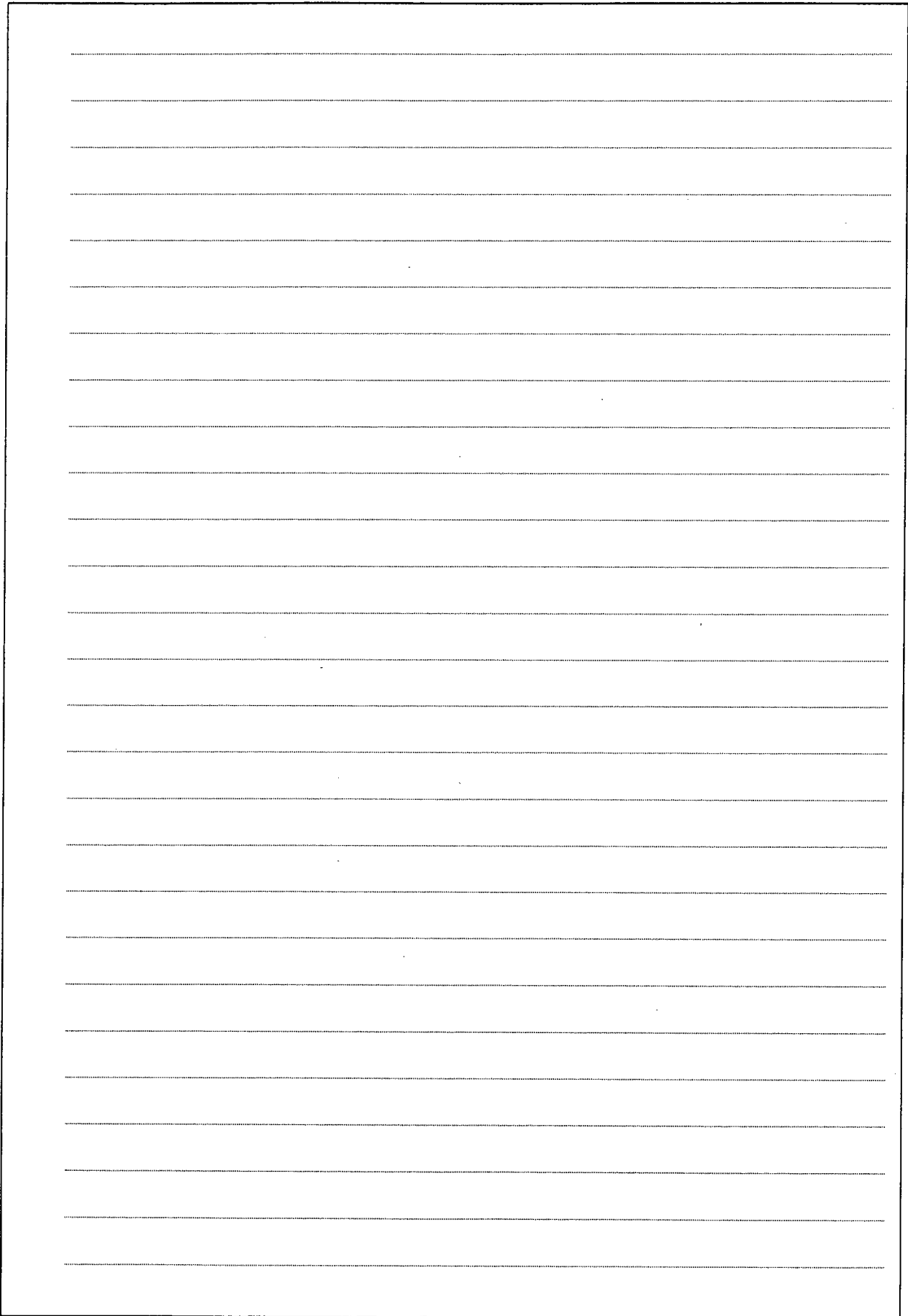
(8分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

- 試卷完 -

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



### 評語

考生能運用指數定律、代數運算技巧及餘式定理，成功處理因式分解、變分、複合不等式及主項變換等基礎代數題目，考生亦能引用簡單數據處理的概念及統計度量的公式解決基礎的統計題目。考生又能應用求積法公式及正弦公式計算所需結果，顯示考生能掌握基本的運算技巧，解決簡單的數學問題。

另外，考生根據第7題所設的情境建立方程，亦能在第13題嘗試證明幾何命題，又在第14(c)題運用求積法公式，以數學符號及不等式推導結果，顯示考生能利用數學語言及符號溝通和表達意念。

總括而言，考生能運用基本的運算技巧及數學公式處理日常課業，顯示考生對必修部分的數學概念有基礎的認識及理解，且能運用數學語言及符號溝通和表達簡單的構想。