

數學 必修部分

試卷一

試題答題簿

本試卷必須用中文作答
兩小時十五分鐘完卷
(上午八時三十分至上午十時四十五分)

考生須知

- (一) 宣布開考後，考生須首先在第1頁之適當位置填寫考生編號，並在第1、3、5、7、9及11頁之適當位置貼上電腦條碼。
- (二) 本試卷分**三部**，即甲部(1)、甲部(2)和乙部。
- (三) 本試卷**各題均須作答**，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。不可在各頁邊界以外位置書寫。寫於邊界以外的答案，將不予評閱。
- (四) 如有需要，可要求派發方格紙及補充答題紙。每張紙均須填寫考生編號、填畫試題編號方格、貼上電腦條碼，並用繩縛於**簿內**。
- (五) 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
- (六) 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
- (七) 本試卷的附圖不一定依比例繪成。
- (八) 試場主任宣布停筆後，考生不會獲得額外時間貼上電腦條碼及填畫試題編號方格。

請在此貼上電腦條碼

考生編號



甲部(1) (35分)

1. 令 b 成為公式 $\frac{a+4}{3} = \frac{b+1}{2}$ 的主項。 (3分)

$$\frac{a+4}{3} = \frac{b+1}{2}$$

$$2a+8 = 3b+3$$

$$3b+3 = 2a+8$$

$$3b = 2a+5$$

$$b = \frac{2a+5}{3}$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

2. 化簡 $\frac{xy^7}{(x^{-2}y^3)^4}$ ，並以正指數表示答案。 (3分)

$$\frac{xy^7}{(x^{-2}y^3)^4}$$

$$= \frac{xy^7}{x^{-8}y^{12}}$$

$$= \frac{x^9}{y^5}$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

3. (a) 將 265.473 上捨入至最近的整數。
(b) 將 265.473 下捨入至一位小數。
(c) 將 265.473 捨入至二位有效數字。

(3 分)

(a) 265

(b) 265.5

(c) 270

4. 某盒子中有 n 個白球、5 個黑球及 8 個紅球。若從該盒子中隨機抽出一個球，則抽出紅球的概率為 $\frac{2}{5}$ 。求 n 的值。 (3 分)

$$\frac{8}{n+5+8} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{8}{13+n} = \frac{2}{5}$$

$$n = 7$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

5. 因式分解

(a) $9r^3 - 18r^2s$,

(b) $9r^3 - 18r^2s - rs^2 + 2s^3$ 。

(4分)

(a) $9r^3 - 18r^2s$
 $= 9r^2(r - 2s)$

(b) $9r^3 - 18r^2s - rs^2 + 2s^3$
 $= 9r^2(r - 2s) - s^2(r - 2s)$
 $= (r - 2s)(9r^2 - s^2)$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

6. (a) 求同時滿足 $\frac{3-x}{2} > 2x+7$ 及 $x+8 \geq 0$ 的 x 值的範圍。

(b) 寫出同時滿足 (a) 的不等式的最大整數。

(4分)

(a) $\frac{3-x}{2} > 2x+7$ 及 $x+8 \geq 0$

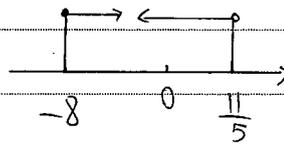
$3-x > 4x+14$

$x \geq -8$

$-x-4x > 14-3$

$-5x > 11$

$x < \frac{11}{5}$



(b) 1, 2,

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

7. 某花瓶的標價較其成本高 30%。該花瓶以其標價六折售出並虧蝕 \$88。求該花瓶的標價。(5分)

設該花瓶的標價為 x 。

$$x(1-60\%) = 488$$

$$x = 420$$

∴ 該花瓶的標價為 \$420。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

8. 圖 1 中， $ABCDE$ 為一圓。已知 $AB \parallel ED$ 。 AD 與 BE 相交於點 F 。

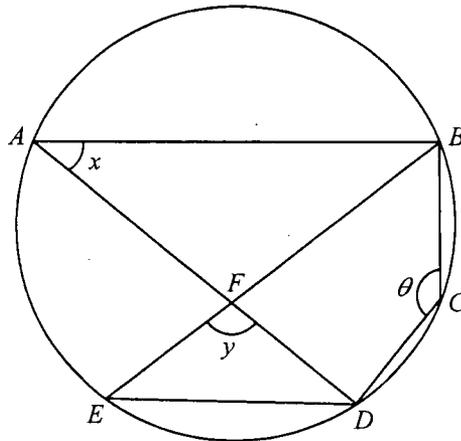


圖 1

以 θ 表 x 及 y 。

(5 分)

$$x = 180^\circ - \theta$$

$$y = (180^\circ - \theta) - \angle BFD$$

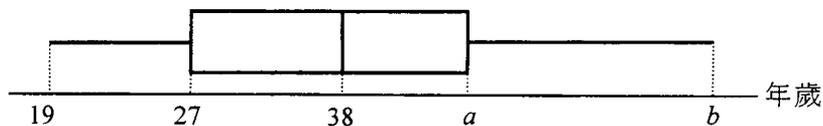
寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

甲部(2) (35分)

10. 下面的框線圖顯示某公司 X 組文員的年歲的分佈。已知這分佈的分佈域及四分位數間距分別為 43 及 21。



- (a) 求 a 及 b 。 (3分)
- (b) 該公司 Y 組有五名文員且其中三名的年歲均為 38。已知 Y 組文員的年歲的分佈域為 20。 X 組與 Y 組現合併為一部門。公司經理宣稱該部門文員的年歲的分佈域與 X 組文員的年歲的分佈域必為相同。你是否同意？試解釋你的答案。 (2分)

(a) $a = 21 + 27$
 $= 48$
 $b = 43 + 19$
 $= 62$

(b) \because 在 Y 組文員中五名文員有其中三名為 38 歲，其分佈域為 20，則表示其中另外 2 名文員的年歲可能是在 20 歲 ~ 38 歲之間，沒有更大年歲的員工，而 X 組內則有年齡更大的員工，兩組合併為一部門，其兩組員工年齡合併，分佈域則會相同。
 \therefore 我同意。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

11. 下表顯示一些家庭的子女人數的分佈：

子女人數	0	1	2	3	4
家庭數目	k	2	9	6	7

已知 k 為一正整數。

(a) 若該分佈的眾數為 2，寫出

(i) k 的最小可取值；

(ii) k 的最大可取值。

(2 分)

(b) 若該分佈的中位數為 2，寫出

(i) k 的最小可取值；

(ii) k 的最大可取值。

(2 分)

(c) 若該分佈的平均值為 2，求 k 的值。

(2 分)

(a) (i) k 的最小可取值 = 0

(ii) k 的最大可取值 = 1

(b) (i) k 的最小可取值 = 0

(ii) k 的最大可取值 = 1

(c) $k =$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

12. 設 $f(x) = 4x(x+1)^2 + ax + b$ ，其中 a 及 b 均為常數。已知 $x-3$ 為 $f(x)$ 的因式。當 $f(x)$ 除以 $x+2$ 時，餘數為 $2b+165$ 。

(a) 求 a 及 b 。 (3分)

(b) 某人宣稱方程 $f(x) = 0$ 有至少一個無理根。你是否同意？試解釋你的答案。 (4分)

$$(a) f(x) = 4x(x+1)^2 + ax + b$$

$$= 4x(x^2 + 2x + 1) + ax + b$$

$$= 4x^3 + 8x^2 + 4x + ax + b$$

$$f(3) = 4(3)^3 + 8(3)^2 + 4(3) + (3)a + b = 0$$

$$108 + 72 + 12 + 3a + b = 0$$

$$192 + 3a + b = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} 3a + b = -192 \quad - (1) \end{array} \right.$$

$$f(-2) = 4(-2)^3 + 8(-2)^2 + 4(-2) + (-2)a + b = 2b + 165$$

$$-32 + 32 - 8 - 2a + b = 2b + 165$$

$$2a + b = -173 \quad - (2)$$

$$(1) - (2), \quad a = -365$$

$$\text{代 } a = -365 \text{ 入 } (2)$$

$$2(-365) + b = -173$$

$$b = 557$$

$$\therefore f(x) = 4x(x+1)^2 - 365x + 557$$

(b)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

13. 圖 2 中， $ABCD$ 為一梯形，且 $\angle ABC = 90^\circ$ 及 $AB \parallel DC$ 。 E 為 BC 上的一點使得 $\angle AED = 90^\circ$ 。

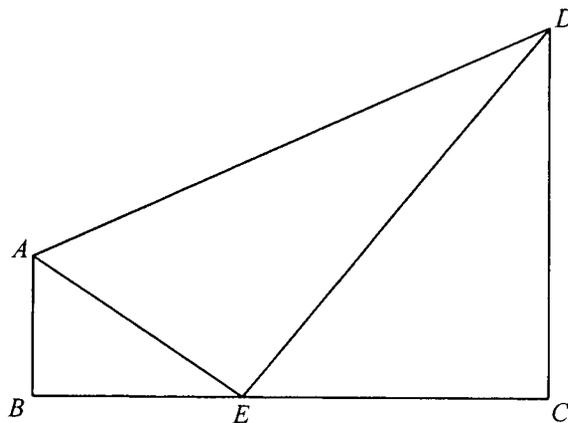


圖 2

- (a) 證明 $\triangle ABE \sim \triangle ECD$ 。 (2分)
- (b) 已知 $AB = 15 \text{ cm}$ 、 $AE = 25 \text{ cm}$ 及 $CE = 36 \text{ cm}$ 。
- (i) 求 CD 的長度。
- (ii) 求 $\triangle ADE$ 的面積。
- (iii) AD 上是否有一點 F 使得 E 與 F 間的距離少於 23 cm ？試解釋你的答案。

(6分)

(a) 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ECD$ 中

$$\begin{cases} AB \parallel CD \text{ (已知)} \\ \angle DCE = \angle ABC = 90^\circ \text{ (} AB \parallel CD, \text{同旁內角相等)} \\ BE \parallel BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ECD$ (SAS)

(b) (i) $BE = \sqrt{25^2 - 15^2}$ (畢氏定理)

$= 20 \text{ cm}$

$$\frac{CD}{36} = \frac{15}{20}$$

$CD = 27 \text{ cm}$

(ii) $DE = \sqrt{6^2 + 36^2} = 45 \text{ cm}$ (畢氏定理)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

$$\begin{aligned}\triangle ADE \text{ 的面積} &= (45 \times 25) \div 2 \\ &= 562.5 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

(ii)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

14. 一底半徑為 8 cm 及高為 64 cm 的直立圓柱形的容器與一底半徑為 20 cm 及高為 60 cm 的倒置直立圓錐形的器皿均鉛垂放置。該容器載滿了水。現將該容器內的水倒入該器皿內。

(a) 求該器皿內水的體積，答案以 π 表示。 (2分)

(b) 求該器皿內水的深度。 (4分)

(c) 若將一半徑為 14 cm 的實心金屬球體隨後放進該器皿內，且該球體完全浸入水中，水會否溢出？試解釋你的答案。 (3分)

$$\begin{aligned} \text{(a) 該器皿內水的體積} &= \pi r h + 2\pi r^2 \\ &= \pi(8)(64) + 2\pi(8)^2 \\ &= 528\pi \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } \pi r l + \pi r^2 &= 528\pi \\ 8l + 8^2 &= 528 \\ 8l + 64 &= 528 \\ 8l &= 464 \\ l &= 58 \\ \therefore \text{該器皿內水的深度為 } 58 \text{ cm.} \end{aligned}$$

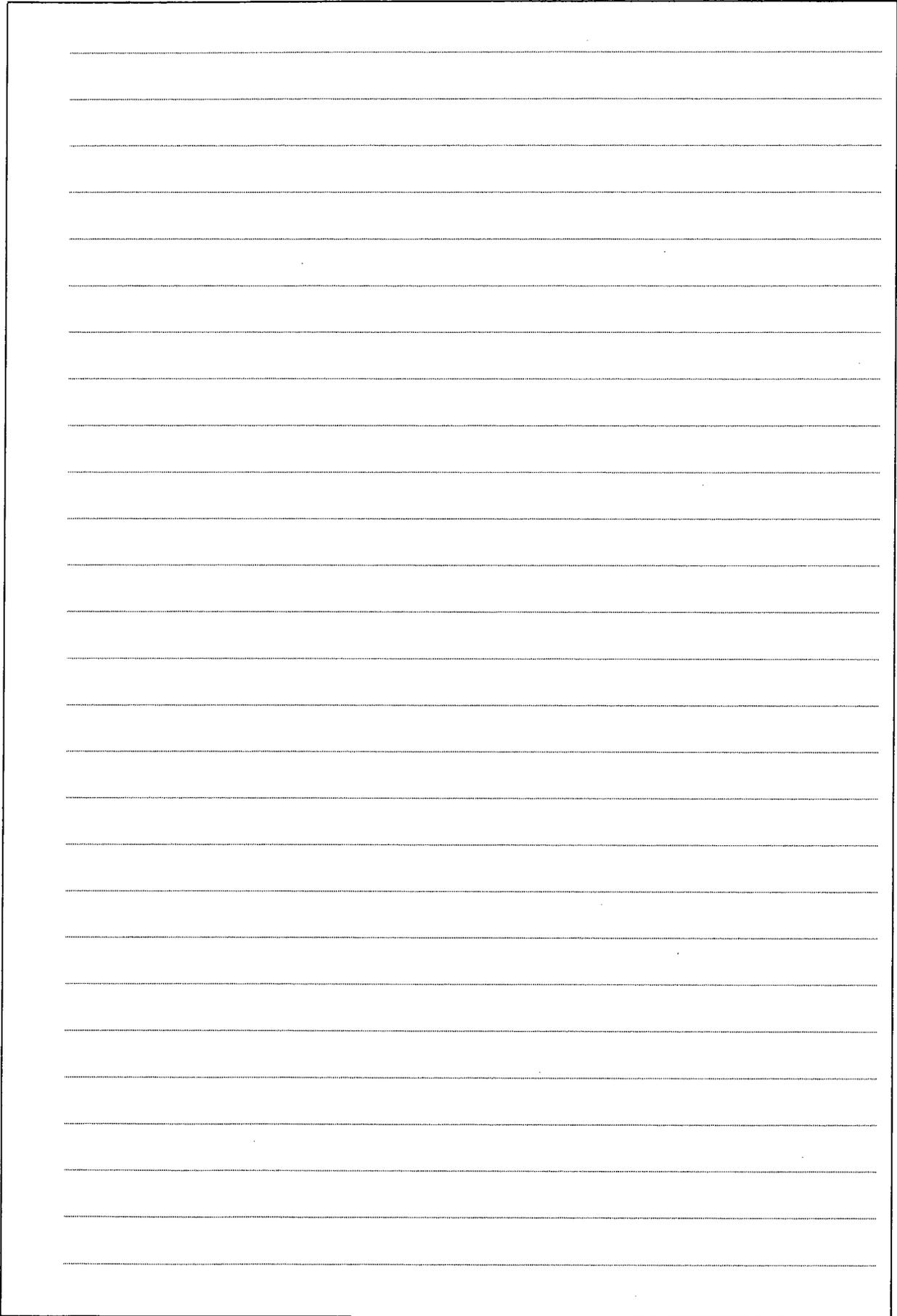
$$\begin{aligned} \text{(c) 實心金屬球體體積} &= \frac{4}{3}\pi(14)^3 \\ &= 3658.666667\pi \text{ cm}^3 > 528\pi \text{ cm}^3 \\ \therefore \text{我認為水會溢出.} \end{aligned}$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

乙部 (35 分)

15. 一個八位電話號碼由 2、3、4、5、6、7、8 及 9 的排列所組成。

(a) 可組成多少個不同的八位電話號碼？ (1 分)

(b) 若八位電話號碼的第一個位及最後一個位均為奇數，則可組成多少個不同的八位電話號碼？ (2 分)

(a) $P_8^8 = 40320$ 個

(b) $C_4^2 \times C_4^1 \times C_2^4 = 1960$ 個

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

17. (a) 圖 3(a) 中， $ABCD$ 為一紙卡，其形狀為平行四邊形。已知 $AB = 60 \text{ cm}$ 、 $\angle ABD = 20^\circ$ 及 $\angle BAD = 120^\circ$ 。

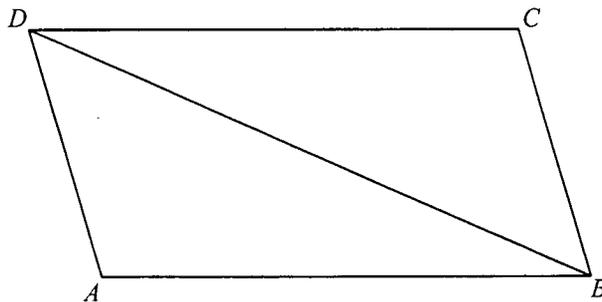


圖 3(a)

求 AD 的長度。 (2分)

- (b) 將圖 3(a) 中的紙卡沿 BD 摺起，使得 A 與 C 間的距離為 40 cm (見圖 3(b))。

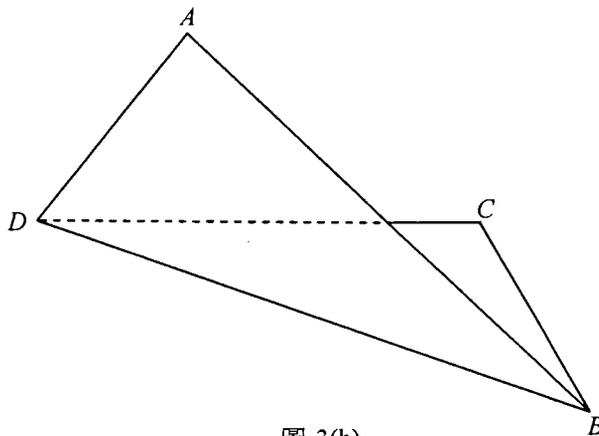


圖 3(b)

- (i) 求 $\angle ABC$ 。
 (ii) 求平面 ABD 與平面 BCD 間的交角。

(5分)

$$(a) \angle ADB = 180^\circ - 120^\circ - 20^\circ \text{ (}\triangle\text{內角和)}$$

$$= 40^\circ$$

$$\frac{AD}{20^\circ} = \frac{60 \text{ cm}}{40^\circ}$$

$$AD = 30 \text{ cm}$$

$$(b) \angle BAD = 120^\circ \text{ (已知)}$$

$$\angle CBA = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ (平行四邊形性質)}$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

$$\angle CBD = \angle CBA - \angle ABD$$

$$= 60^\circ - 20^\circ$$

$$= 40^\circ$$

$$\angle ABC = 40^\circ - 20^\circ$$

$$= 20^\circ$$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

18. 已知 $f(x)$ 的一部分隨 x^2 正變，而另一部分則隨 x 正變。假定 $f(2)=60$ 及 $f(3)=99$ 。

(a) 求 $f(x)$ 。 (3分)

(b) 設 Q 為 $y=f(x)$ 的圖像的頂點及 R 為 $y=27-f(x)$ 的圖像的頂點。

(i) 利用配方法，求 Q 的坐標。

(ii) 寫出 R 的坐標。

(iii) 點 S 的坐標為 $(56, 0)$ 。設 P 為 $\triangle QRS$ 的外心。描述 P 、 Q 與 R 之間的幾何關係。試解釋你的答案。

(5分)

$$(a) f(x) = x^2 k_1 + x k_2$$

$$f(2) = 4k_1 + 2k_2 = 60 \quad \text{--- ①}$$

$$f(3) = 9k_1 + 3k_2 = 99 \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①} \times 3, \quad 12k_1 + 6k_2 = 180 \quad \text{--- ③}$$

$$\text{②} \times 2, \quad 18k_1 + 6k_2 = 198 \quad \text{--- ④}$$

$$\text{④} - \text{③}, \quad 6k_2 = 18$$

$$k_2 = 3$$

$$\text{代入 } k_2 = 3 \text{ 入 ①}$$

$$4k_1 + 2(3) = 60$$

$$4k_1 = 52$$

$$k_1 = 13$$

$$\therefore f(x) = 13x^2 + 3x$$

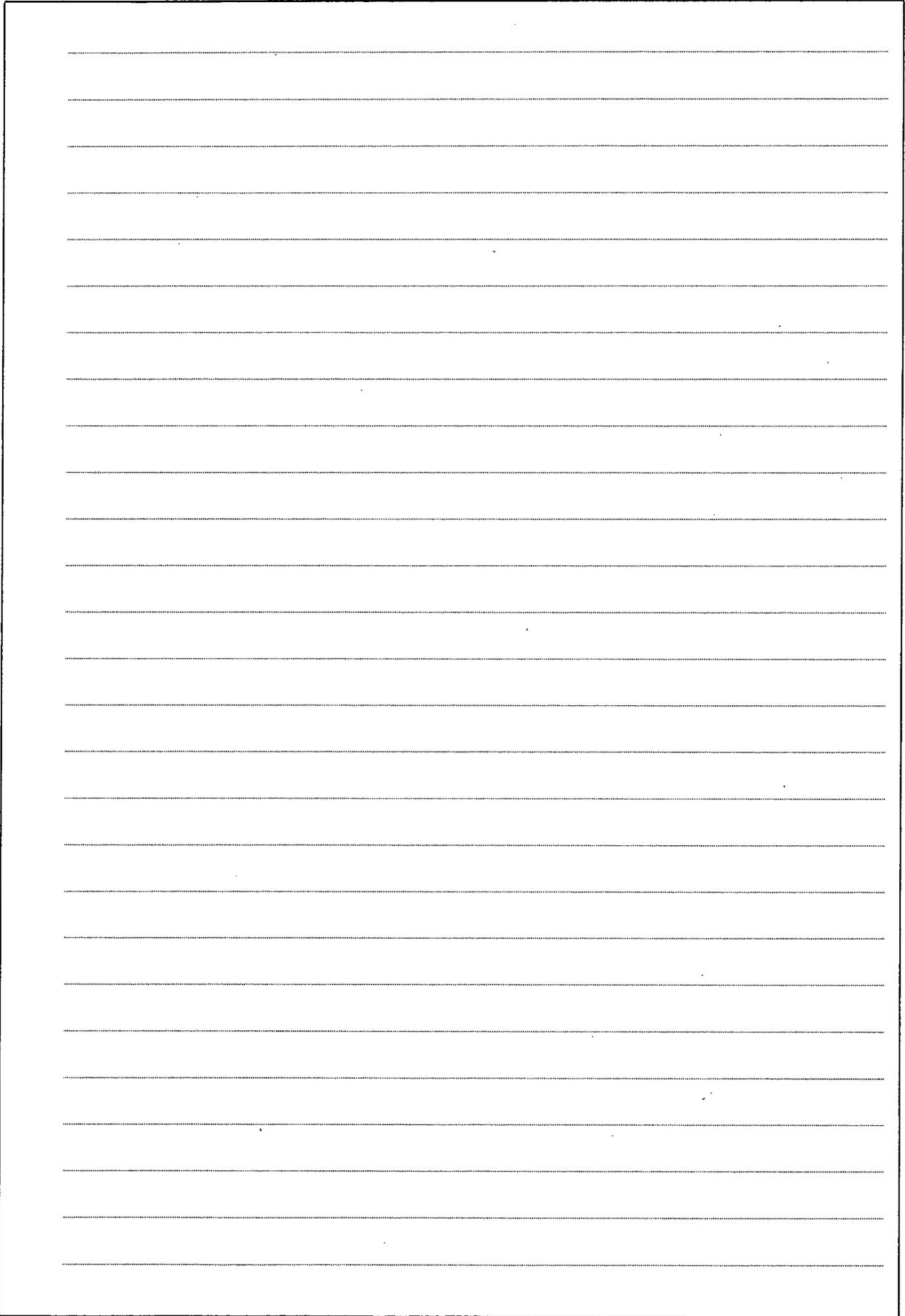
(b)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

19. 圓 C 的圓心的坐標為 $(8, 2)$ 。將 C 的半徑記為 r 。設 L 為直線 $kx - 5y - 21 = 0$ ，其中 k 為一常數。已知 L 為 C 的切線。

(a) 求 C 的方程，答案以 r 表示。由此，以 k 表 r^2 。 (4分)

(b) L 通過點 $D(18, 39)$ 。

(i) 求 r 。

(ii) 已知 L 與 y 軸相交於點 E 。設 F 為一點使得 C 為 $\triangle DEF$ 的內切圓。
 $\triangle DEF$ 是否一鈍角三角形？試解釋你的答案。

(8分)

(c)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

A large rectangular area with horizontal dashed lines for writing.

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

- 試卷完 -

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

評語

考生能運用簡單的代數運算技巧進行主項變換、解不等式及因式分解，考生又能應用公式處理簡單的幾何題目，並能運用基礎的數據處理公式計算所需的統計度量，且對概率的定義有基本的認識。這顯示考生對代數運算、幾何及統計有初步的認識及理解。

另外，考生在第12題以方程表達題目所設的情境，且能在第13題嘗試提供幾何證明，顯示考生能利用數學語言及符號作一些溝通。

總括而言，考生能按照題意，運用代數、幾何及統計公式，解決部分簡單的數學問題，顯示考生對必修部分的數學概念有初步的認識及理解，亦能運用數學語言及符號作一些溝通。